

# Obsah

Úvod	xi
<b>1 Jak porovnávat algoritmy?</b>	<b>1</b>
1.1 Algoritmy + Datové struktury = Programy	1
1.2 Jak poznat, který algoritmus je lepší?	3
1.2.1 Praktické porovnávání algoritmů	4
1.2.2 Teoretické porovnávání algoritmů	6
<b>2 Časová složitost</b>	<b>7</b>
2.1 Asymptotická časová složitost	10
2.2 Časová složitost v nejhorším případě	12
2.2.1 Hledání minima v poli	13
2.2.2 Sečtení prvků v matici	13
2.2.3 Vypisování $n$ čísel	14
2.2.4 Binární vyhledávání v setříděném poli	14
2.2.5 Bublínkové třídění	15
2.2.6 Dolní odhad pro třídění	15
2.3 Časová složitost v průměrném případě	17
2.3.1 QuickSort	17
2.4 Amortizovaná časová složitost	19
2.4.1 Kavárna „U Zavěšeného kafe“	22
2.4.2 Nafukovací pole	22
2.4.3 Přičítání jedničky	23
2.4.4 Počítání stupňů vrcholů	25
2.5 Příklady	25
2.5.1 Výpočet časové složitosti a asymptotické notace	25

2.5.2	Dolní odhad časové složitosti . . . . .	27
2.5.3	Hledání algoritmu s co nejlepší časovou složitostí . . . . .	27
2.5.4	Amortizovaná časová složitost . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Rozděl a panuj</b>	<b>29</b>
3.1	Hanojské věže . . . . .	30
3.2	Mergesort . . . . .	31
3.3	Medián posloupnosti . . . . .	34
3.4	Master theorem, řešení rekurencí . . . . .	36
3.5	Příklady . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Jak zrychlovat programy?</b>	<b>43</b>
4.1	Předpočítání si výsledků do paměti . . . . .	44
4.2	Výpočet hodnoty na základě předchozí . . . . .	45
4.3	Využití předchozích hodnot . . . . .	46
4.4	Přímé generování výsledků . . . . .	48
4.5	Předzpracování dat . . . . .	48
4.6	Odstranění rekurze . . . . .	51
4.7	Odstranění opakujících se výpočtů . . . . .	53
4.8	Optimalizace pro hardware a operační systém . . . . .	54
4.8.1	Jak to funguje uvnitř počítače? . . . . .	55
4.8.2	Zásady pro psaní efektivního kódu . . . . .	56
4.9	Spousta dalších možností . . . . .	58
4.10	Příklady . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Grafy a stromy</b>	<b>63</b>
5.1	Grafové pojmy . . . . .	67
5.2	Grafová botanická . . . . .	70
5.3	Rovinné grafy . . . . .	72
5.4	Stromy . . . . .	75
5.5	Zakořeněné stromy . . . . .	76
5.6	Příklady . . . . .	78
<b>6</b>	<b>Reprezentace grafu</b>	<b>81</b>
6.1	Seznam hran . . . . .	82
6.2	Matice sousednosti . . . . .	82
6.3	Seznam sousedů . . . . .	83
6.4	Výhody jednotlivých reprezentací . . . . .	84

6.5	Příklady . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Průchod grafu</b>	<b>87</b>
7.1	Efektivní průchod grafu . . . . .	88
7.2	DFS na neorientovaném grafu . . . . .	93
7.3	Komponenty souvislosti . . . . .	95
7.4	Komponenty 2-souvislosti . . . . .	95
7.5	DFS na orientovaném grafu . . . . .	97
7.6	Topologické uspořádání . . . . .	99
7.7	Intermezzo o kontrakcích . . . . .	102
7.8	Silně souvislé komponenty . . . . .	103
7.9	Eulerovský tah . . . . .	107
7.9.1	Pošťákův problém . . . . .	109
7.10	BFS, hledání nejkratší cesty . . . . .	112
7.11	Příklady . . . . .	114
7.11.1	Přímé procvičení vyložených algoritmů . . . . .	114
7.11.2	Průchod grafu do šířky . . . . .	115
7.11.3	Průchod grafu do hloubky . . . . .	117
7.11.4	Úlohy na DFS průchod stavovým prostorem . . . . .	121
7.11.5	Související úlohy z teorie grafů . . . . .	122
7.11.6	Hravá bludiště . . . . .	124
7.11.7	Šifry . . . . .	125
<b>8</b>	<b>Halda</b>	<b>127</b>
8.1	Halda . . . . .	127
8.2	Prioritní fronta . . . . .	134
8.3	Příklady . . . . .	135
<b>9</b>	<b>Nejkratší cesta v grafu</b>	<b>137</b>
9.1	Realizace grafu pomocí provázků a kuliček . . . . .	139
9.2	Neohodnocený graf . . . . .	140
9.3	Nezáporné ohodnocení hran . . . . .	140
9.4	Dijkstrův algoritmus . . . . .	142
9.5	Floyd-Warshallův algoritmus . . . . .	145
9.6	Obecné ohodnocení hran . . . . .	148
9.7	Bellman-Fordův algoritmus . . . . .	149
9.8	Acyklické orientované grafy . . . . .	151
9.9	Potenciál . . . . .	152

9.10	Dálniční hierarchie . . . . .	156
9.11	Příklady . . . . .	158
9.11.1	Přímé procvičení vyložených algoritmů . . . . .	158
9.11.2	Varianty problému nejkratší cesty . . . . .	159
9.11.3	Další algoritmy a speciální případy . . . . .	161
9.11.4	Úlohy na úpravu grafu . . . . .	164
9.11.5	Ostatní úlohy . . . . .	165
<b>10</b>	<b>Union-Find problém</b>	<b>169</b>
10.1	Triviální řešení . . . . .	170
10.2	Často dostačující řešení . . . . .	170
10.3	Řešení s přepojováním stromečků . . . . .	170
10.4	Řešení s kompresí cestiček . . . . .	172
10.4.1	Upočítání amortizovaného času $\mathcal{O}(\log^* n)$ . . . . .	173
10.5	Přehled všech řešení . . . . .	176
10.6	Příklady . . . . .	176
<b>11</b>	<b>Minimální kostra</b>	<b>177</b>
11.1	Základní meta-algoritmus . . . . .	179
11.2	Kruskalův hladový algoritmus . . . . .	180
11.3	Jarníkův, Primův algoritmus . . . . .	181
11.4	Jednoznačnost minimální kostry . . . . .	183
11.5	Borůvkův algoritmus . . . . .	185
11.6	Kontraktivní algoritmus . . . . .	188
11.7	Červenomodrý meta-algoritmus* . . . . .	189
11.8	Přehled algoritmů pro minimální kostru . . . . .	190
11.9	Aplikace minimálních koster . . . . .	191
11.9.1	Steinerovy stromy . . . . .	191
11.9.2	Aproximační algoritmus pro Steinerův strom . . . . .	192
11.10	Příklady . . . . .	194
11.10.1	Přímé procvičení probraných algoritmů . . . . .	194
11.10.2	Na teorii . . . . .	195
11.10.3	Na algoritmy . . . . .	196
11.10.4	Aproximační algoritmy . . . . .	198

<b>12 Toky v sítích</b>	<b>201</b>
12.1 Maximální tok a minimální řez . . . . .	203
12.2 Algoritmy vylepšující cesty . . . . .	207
12.2.1 Ford-Fulkersonův algoritmus . . . . .	207
12.2.2 Dinicův/Edmonds-Karpův algoritmus . . . . .	210
12.2.3 Metoda tří Indů . . . . .	217
12.3 Goldbergův Push-Relabel algoritmus . . . . .	219
12.4 Srovnání algoritmů pro hledání maximálního toku . . . . .	233
12.5 Aplikace toků v sítích . . . . .	235
12.5.1 Maximální párování v bipartitním grafu . . . . .	235
12.5.2 Cirkulace s požadavky . . . . .	236
12.5.3 Cirkulace s limity na průtok hranou . . . . .	238
12.5.4 Rozvrhování letadel . . . . .	238
12.6 Příklady . . . . .	242
12.6.1 Toky a řezy . . . . .	242
12.6.2 Algoritmy na toky v sítích . . . . .	245
12.6.3 Modifikace sítě . . . . .	249
12.6.4 Aplikace toků v sítích . . . . .	249
12.7 Dodatky . . . . .	253
<b>A Jak se učit</b>	<b>255</b>
A.1 Jak se učit? . . . . .	255
A.2 Proslov ke studentům . . . . .	261
A.3 Proslov k učitelům . . . . .	263
A.4 Nápad na projekt . . . . .	266
<b>B Značení</b>	<b>267</b>
B.1 Matika . . . . .	267
B.2 Grafy . . . . .	268
B.3 Algoritmy . . . . .	268