

Obsah

PŘEDMLUVA	9
ÚVOD	11
1 DIDAKTICKÁ MATEMATICKÁ PROSTŘEDÍ	13
1.1 Sémantická prostředí Krokování a Schody	14
1.1.1 Prostředí Tajná chodba	14
1.1.2 Prostředí Panáček	15
1.1.3 Prostředí Krokování a prostředí Schody	16
1.1.4 Didaktická implementace prostředí Krokování	16
1.2 Desémantizace prostředí Krokování a Schody	18
1.3 Další tři sémantická prostředí	20
1.3.1 Autobus	20
1.3.2 Děda Lesoň	21
1.3.3 Rodina	23
1.4 Pět strukturálních prostředí	24
1.4.1 Algebrogramy	24
1.4.2 Násobilkové čtverce	25
1.4.3 Součtové trojúhelníky	26
1.4.4 Sousedé	27
1.4.5 Šipkové grafy	28
2 TEORIE GENERICKÉHO MODELU	31
2.1 Proces a koncept	31
2.1.1 Koncept jako produkt procesu	32
2.1.2 Koncept jako výzva k procesu	32
2.1.3 Teorie reifikace Anny Sfard	33
2.1.4 Teorie proceptu Davida Talla a Edieho Graye	34
2.1.5 Reifikace, procept a amalgám	35
2.1.6 Geometrický koncept: pohled Petra Vopěnky	37
2.1.7 Amalgám v geometrii	38
2.2 Teorie generického modelu	39
2.2.1 Paměť versus porozumění	39
2.2.2 Pět etap poznávacího procesu	40
2.2.3 Ilustrace	41
2.3 Motivace	42
2.3.1 Motivace v prostředí rodiny	43
2.3.2 Nástroje školní motivace	44
2.3.3 Individualizace výuky – příběh Adéla	45
2.3.4 Pokračování příběhu Adéla	46
2.3.5 Proč dospělí nerozumí motivaci dětí	46
2.4 Izolovaný model	47
2.4.1 První a druhá podetapa izolovaných modelů	48
2.4.2 Spontánní přechod do třetí a čtvrté podetapy	49
2.4.3 Asistovaný přechod do třetí a čtvrté podetapy	50

2.5	Generický model	51
2.5.1	Od procesuálního generického modelu ke konceptuálnímu	52
2.5.2	Od izolovaných modelů přímo ke konceptuálnímu generickému modelu	53
2.5.3	Ne každý poznatek je znalost	54
2.5.4	Diagnóza formalizmu - indikátory izolovanosti.....	55
2.5.5	Diagnostikování formalizmu	57
2.6	Abstraktní poznatek a krystalizace	58
2.6.1	Čtyři základní síly jazyka písmen	59
2.6.2	Síla kódovací.....	60
2.6.3	Síla uchopovací a vyjadřovací	61
2.6.4	Síla uchopovací - příběh Danka, část první.....	62
2.6.5	Analýza první části příběhu Danka	64
2.6.6	Druhá část příběhu Danka - hledáme úlohu, kterou nelze řešit bez x.....	65
2.6.7	Analýza druhé části příběhu Danka	66
2.6.8	Třetí část příběhu Danka - úloha, kterou nelze řešit pomocí x.....	67
2.6.9	Analýza příběhu Danka - řešení otázky, jak rozvíjet sílu uchopovací	68
2.6.10	Argumentační síla jazyka písmen	69
2.6.11	Objevitelská síla jazyka písmen	71
2.6.12	Krystalizace.....	73
2.7	Matematický orgán	74
2.7.1	Konstrukt „duševní orgán“	74
2.7.2	Matematický duševní orgán dítěte.....	75
2.7.3	Učení se čtení a psaní je založeno na asociaci	77
2.7.4	Učení se počtům je založeno na odhalování kauzálních vazeb.....	78
3	VYUČOVÁNÍ ORIENTOVANÉ NA BUDOVNÍ MENTÁLNÍCH SCHÉMAT	81
3.1	Schéma	82
3.1.1	Schéma interní a externí.....	82
3.1.2	Pojem schéma v teorii proceptu	83
3.1.3	Pojem schéma v teorii APOS.....	84
3.1.4	Pojem schéma v naší interpretaci.....	86
3.1.5	Porovnání pojmu schéma v APOS teorii a v našem pojetí.....	87
3.1.6	Proto-schéma	88
3.2	Schéma jako mentální nástroj	89
3.2.1	Schéma jako nástroj orientace v životě - ilustrace	89
3.2.2	Základní teze o schématu.....	90
3.2.3	Projekce tezí do procesu učení se matematice.....	92
3.2.4	Aritmetická schémata žáků často trpí nedostatkem konceptů	94
3.2.5	Aditivní triáda - výchozí schéma aritmetiky	95
3.2.6	Experimenty s prostředím Sousedé bez použití jazyka písmen	97
3.2.7	Experimenty s prostředím Sousedé, v nichž byl použit jazyk písmen	99
3.2.8	Analýzy příběhů	101
3.2.9	Poznatky získané z experimentů a jejich aplikace	102
3.2.10	Objevy v prostředí Sousedé - příběh.....	104
3.3	Struktura	106
3.3.1	Indikátory nástupu procesu strukturace - příběhy.....	106

3.3.2	Komentáře k příběhům.....	108
3.3.3	Od schématu k protostruktúře.....	109
3.3.4	Protostruktura jako prostor k propojování schémat.....	110
3.3.5	Od protostruktury ke struktúře.....	111
3.4	Edukační styl.....	112
3.4.1	Dva přístupy k zavedení kritéria dělitelnosti devíti.....	113
3.4.2	Transmisivní edukační styl.....	114
3.4.3	Instruktivní edukační styl – příběh.....	115
3.4.4	Komentář k matematické hladině příběhu.....	117
3.4.5	Komentář k interakci učitelka – žák Matěj.....	117
3.4.6	Komentář k interakci učitelka – třída.....	118
3.4.7	Komentář k přesvědčení učitelky.....	119
3.5	Konstruktivistický edukační styl.....	120
3.5.1	Cíle vyučování matematice.....	120
3.5.2	Konstruktivistický edukační styl – příběh.....	121
3.5.3	Komentář k příběhům.....	125
3.5.4	Role učitele.....	127
3.5.5	Práce s chybou – příběh.....	128
3.5.6	Komentáře k příběhu.....	129
3.5.7	Práce s chybou – edukační technologie.....	130
3.5.8	Narušení konvence není matematická chyba.....	131
3.5.9	Narušení standardního postupu není matematická chyba.....	132
4	ČÍSLO.....	135
4.1	Prvky mentálního schématu Číslo.....	135
4.1.1	Číselné obory.....	135
4.1.2	Binární relace.....	136
4.1.3	Operace.....	137
4.2	Vstupní etapa tvorby mentálního protoschématu Číslo.....	138
4.2.1	Partikulární svět číslovek.....	138
4.2.2	Vstup dospělého do budování protoschématu Číslo: říkanka.....	139
4.2.3	Vnímání čísla.....	141
4.2.4	Potřeba dítěte evidovat počet nebo pořadí.....	142
4.2.5	Schopnost dítěte používat čísla.....	144
4.3	První třída.....	145
4.3.1	Číslo jako počet objektů.....	146
4.3.2	Heterogenní soubor – krystalizace názorů.....	147
4.3.3	Velká čísla – prostor pro špičkové žáky.....	148
4.3.4	Propedeutika zlomku.....	149
4.3.5	Propedeutika záporného čísla.....	150
4.3.6	Izomorfismus.....	151
4.3.7	Tři základní kategorie sémantického ukotvení čísla.....	152
4.4	Číslo jako kvantita.....	153
4.4.1	Stav – od počtu k veličině.....	154
4.4.2	Veličina – změna jednotky.....	155
4.4.3	Velká čísla – prostor pro experiment.....	157

4.4.4	Operátor.....	158
4.4.5	Příčiny náročnosti operátora.....	158
4.4.6	Frekvence (četnost).....	160
4.5	Číslo jako identifikátor.....	162
4.5.1	Jméno versus adresa.....	163
4.5.2	Lineární adresování, číselná osa a stupnice.....	165
4.5.3	Věžák jako stupnice.....	166
4.5.4	Prostředí Krokování a Schody.....	167
4.5.5	Cyklické adresování, ciferník a úhel.....	167
4.6	Práce s číslem.....	169
4.6.1	Porozumění operaci.....	169
4.6.2	Porozumění relaci.....	170
4.7	Sčítání.....	170
4.7.1	Žák rozumí smyslu operace.....	171
4.7.2	Typy 06 a 07.....	171
4.7.3	Typy 08 až 11.....	173
4.7.4	Žák umí sčítat.....	175
4.7.5	Nácvik spojů.....	176
4.7.6	Písemné sčítání.....	177
4.7.7	Žák rozumí algoritmu (písemného) sčítání.....	178
4.8	Odčítání.....	179
4.8.1	Žák rozumí smyslu odčítání.....	179
4.8.2	Příčiny náročnosti odčítání.....	180
4.8.3	Rozdíl čísel.....	181
4.8.4	Žák umí odčítat mentálně i písemně.....	182
4.8.5	Aditivní struktura.....	182
4.9	Záporné číslo.....	184
4.9.1	Příběh.....	184
4.9.2	Pohled do historie.....	185
4.9.3	Příčiny náročnosti záporných čísel.....	185
4.9.4	Sémantické modely záporných čísel.....	187
4.9.5	Strukturální modely záporných čísel.....	188
4.10	Násobení.....	188
4.10.1	Žák rozumí násobení $A \cdot B^*$ (skalár \cdot objekt).....	191
4.10.2	Žák rozumí násobení $A^* \cdot B^*$ (objekt \cdot objekt).....	191
4.10.3	Žák rozumí násobení $A \cdot B$ (skalár \cdot skalár).....	192
4.10.4	Násobení více čísel. Propedeutika mocniny.....	193
4.10.5	Žák umí násobit mentálně.....	195
4.10.6	Písemné násobení.....	196
4.11	Dělení.....	197
4.11.1	Dělení se zbytkem - porozumění operaci.....	197
4.11.2	Porozumění zápisu $4(1)$	199
4.11.3	Žák umí dělit mentálně i písemně.....	201
4.11.4	Porozumění desetinným číslům.....	202
4.11.5	Multiplikativní struktura a aditivní struktura.....	204
4.12	Zlomky.....	205

4.12.1	Životní vs. školní znalosti o zlomcích - příběh	205
4.12.2	Poučení převzaté z historie	207
4.12.3	Příčinou neúspěchu výuky zlomků je absence představy kmenových zlomků	208
4.12.4	Sémantické modely zlomků	209
4.12.5	Závěr	211

POUŽITÁ LITERATURA.....	213
VĚCNÝ REJSTŘÍK	217
JMENNÝ REJSTŘÍK	229