

# Obsah

<b>Předmluva</b>	<b>3</b>
<b>Úvod</b>	<b>9</b>
Co je to lineární programování . . . . .	9
Krátký přehled historie . . . . .	11
Jednoduchý příklad a jeho řešení grafickou metodou . . . . .	13
Používaný matematický aparát . . . . .	16
<b>1 Různé formulace úlohy LP</b>	<b>22</b>
1.1 Obecný tvar úlohy LP . . . . .	22
1.2 Úloha LP v rovnicovém tvaru . . . . .	23
1.3 Úloha LP ve tvaru nerovností . . . . .	24
1.4 Převody úloh LP do tvaru rovností a nerovností . . . . .	24
<b>2 Některé aplikace LP</b>	<b>28</b>
2.1 Stručný seznam nejznámějších praktických aplikací podle odvětví	28
2.2 Nejznámější typy úloh LP a jejich aplikace . . . . .	29
2.2.1 Dopravní problém . . . . .	29
2.2.2 Přiřazovací problém . . . . .	32
2.2.3 Směšovací úlohy . . . . .	34
2.2.4 Úloha o plánování výroby . . . . .	35
2.3 Další příklady aplikací LP . . . . .	35
2.3.1 Lineární $L_1$ -regrese . . . . .	35
2.3.2 Diskrétní Čebyševova aproximace . . . . .	36
2.3.3 Diagnostika rakoviny prsu . . . . .	36
2.3.4 Berlínský vzdušný most . . . . .	37
<b>3 Geometrie lineárního programování</b>	<b>40</b>
3.1 Základní pojmy z oblasti LP . . . . .	40
3.2 Konvexní množiny . . . . .	41
3.3 Konvexní polyedrická množina . . . . .	47
3.4 Krajiní body, vrcholy a bázové body . . . . .	49
3.5 Oddělující a opěrné nadroviny . . . . .	53

3.6	Konvexní kužely . . . . .	57
3.7	Farkasovo lemma a základní věta lineárního programování . . . . .	60
3.8	Geometrický pohled na řešení úlohy LP pomocí simplexové metody . . . . .	62
<b>4</b>	<b>Standardní simplexová metoda</b>	<b>65</b>
4.1	Odvození simplexové metody z pohledu lineární algebry . . . . .	66
4.1.1	Určování nových bázových řešení . . . . .	67
4.1.2	Test optima v úloze LP . . . . .	70
4.2	Standardní simplexová metoda . . . . .	72
4.3	Metody pro výběr indexu vstupujícího do báze . . . . .	76
4.4	Výpočet počátečního bázového řešení . . . . .	79
4.4.1	Metoda s penalizačním členem . . . . .	79
4.4.2	Dvofázová metoda . . . . .	80
4.4.3	Jiná varianta dvofázové metody . . . . .	81
4.4.4	Aplikace metody s penalizačním členem . . . . .	81
4.5	Degenerace, zacyklení a anticyklické metody . . . . .	83
4.5.1	Co může způsobit degenerace v úloze LP . . . . .	83
4.5.2	Anticyklické metody . . . . .	87
4.6	Výpočetní složitost simplexové metody . . . . .	93
<b>5</b>	<b>Optimalizační úlohy s omezeními</b>	<b>97</b>
5.1	Základní pojmy . . . . .	98
5.2	Nutné podmínky prvního řádu . . . . .	101
5.3	Konvexní programování . . . . .	104
5.4	Dualita v konvexním programování . . . . .	106
5.5	Význam Lagrangeových multiplikátorů . . . . .	108
<b>6</b>	<b>Princip duality v lineárním programování</b>	<b>109</b>
6.1	Odvození duální úlohy pro obecnou úlohu LP . . . . .	109
6.2	Duální úlohy pro speciální tvary úlohy LP . . . . .	111
6.3	Vztah mezi primární a duální úlohou . . . . .	112
6.4	Ekonomická interpretace duálních proměnných . . . . .	114
<b>7</b>	<b>Další verze simplexové metody</b>	<b>116</b>
7.1	Odvození simplexové metody z pohledu optimalizace na základě KKT podmínek . . . . .	116
7.2	Algoritmus simplexové metody získané z KKT podmínek . . . . .	119
7.2.1	Porovnání standardní a „naivní“ simplexové metody . . . . .	123
7.3	Revidovaná simplexová metoda . . . . .	124
7.3.1	Revidovaná metoda s explicitní inverzí . . . . .	124
7.3.2	Revidovaná metoda s faktorizací inverze bázové matice . . . . .	125
7.3.3	Revidovaná metoda s faktorizací bázové matice . . . . .	126
7.3.4	Metody s reinverzí a refaktorizací . . . . .	126

7.3.5	Metody pro výběr indexu vstupujícího do báze . . . . .	126
7.4	Simplexová metoda a zaokrouhlovací chyby . . . . .	127
7.4.1	Jak zmírnit negativní vliv zaokrouhlovacích chyb . . . . .	132
7.5	Porovnání různých verzí simplexové metody . . . . .	132
7.5.1	Porovnání pro plné matice . . . . .	133
7.5.2	Porovnání pro řídké matice . . . . .	133
7.5.3	Která metoda je výhodnější? . . . . .	134
<b>8</b>	<b>Duální simplexová metoda</b>	<b>136</b>
8.1	Princip odvození duální simplexové metody . . . . .	136
8.2	Algoritmus ve standardním tvaru . . . . .	137
8.3	Výpočet počátečního duálně přípustného řešení . . . . .	139
8.3.1	Zahájení výpočtu . . . . .	139
8.3.2	Vyhodnocení výsledku . . . . .	140
8.4	Revidovaná duální simplexová metoda . . . . .	143
8.5	Použití duální simplexové metody . . . . .	144
<b>9</b>	<b>Metody vnitřních bodů</b>	<b>145</b>
9.1	Úvod . . . . .	145
9.2	Základní primárně duální metoda . . . . .	146
9.3	Metoda sledování cesty . . . . .	147
9.3.1	Metoda sledování cesty jako bariérová metoda . . . . .	150
9.3.2	Co když nemáme na počátku striktně-přípustný bod . . . . .	152
<b>10</b>	<b>Dopravní úloha</b>	<b>154</b>
10.1	Popis úlohy a její vlastnosti . . . . .	154
10.1.1	Existence optimálního řešení . . . . .	155
10.1.2	Dopravní úloha jako úloha LP v rovnicovém tvaru . . . . .	156
10.2	Nalezení počátečního bázevého bodu . . . . .	157
10.2.1	Obecný algoritmus . . . . .	157
10.2.2	Metoda severozápadního rohu . . . . .	158
10.2.3	Metoda minimální ceny . . . . .	161
10.2.4	Vogelova aproximační metoda . . . . .	163
10.3	Nalezení optimálního bázevého řešení . . . . .	165
10.4	Celočíselné řešení dopravní úlohy . . . . .	171
10.5	Nevyrovnaný dopravní problém . . . . .	172
10.5.1	Nesplněné požadavky odběratelů . . . . .	173
10.5.2	Nevyčerpané kapacity dodavatelů . . . . .	174
<b>11</b>	<b>Celočíselné lineární programování</b>	<b>175</b>
11.1	Typické úlohy a aplikace celočíselného LP . . . . .	175
11.1.1	Přiřazovací problém . . . . .	175
11.1.2	Řezný problém . . . . .	176

11.1.3	Úloha o batohu . . . . .	177
11.1.4	Problém obchodního cestujícího . . . . .	178
11.2	Vybrané metody pro řešení celočíselného lineárního programování	179
11.2.1	Metody řezných nadrovin . . . . .	180
11.2.2	Metody větví a mezí . . . . .	186
	<b>Literatura</b>	<b>194</b>