

Obsah

1	Použitý matematický aparát	7
1.1	Vektorový prostor	7
1.2	Prostory funkcí	14
1.2.1	Prostory spojitých funkcí. Distribuce	15
1.3	Sobolevův prostor	18
1.3.1	Věty o vnoření. Operátor stop	19
1.4	Některé další důležité pojmy a výsledky	20
2	Základní princip metody konečných prvků	26
2.1	Variační formulace jednorozměrné úlohy	26
2.2	Metoda konečných prvků	30
2.3	Odhad chyby	31
3	Variační metody v obecné formulaci	33
3.1	Ritzova a Galerkinova metoda.	33
3.2	Diskretizovaný problém	34
3.3	Diskrétní Ritzova a Galerkinova metoda.	34
4	Příklad řešení 2D eliptického problému metodou konečných prvků	41
4.1	Modelový problém	41
4.2	Diskretizace problému	42
4.3	Obecná diskretizace problému	45
4.3.1	Triangulace 2D polygonální oblasti	45
4.3.2	Konstrukce prostoru konečných prvků	45
4.3.3	Sestavení matice tuhosti a pravé strany	47
4.4	Numerická kvadratura	51
4.4.1	Gaussova numerická integrace	51
4.4.2	Numerická integrace na čtverci	52
4.4.3	Numerická integrace na trojúhelníku	52
4.5	Barycentrické souřadnice	53
5	Abstraktní formulace metody konečných prvků	54
5.1	Triangulace oblasti	54
5.2	Konstrukce prostoru konečných prvků na triangulaci oblasti	55
5.3	Volba prostoru H_h	57
5.4	Teorie aproximace v metodě konečných prvků	62
5.5	Aubinův-Nietscheho trik	65
6	Řešení soustav lineárních rovnic	67
6.1	Přímé metody	67
6.1.1	Gaussova eliminace	67
6.1.2	LU-faktorizace	68

6.1.3	Choleského faktorizace	68
6.2	Iterační metody	70
6.2.1	Metody největšího spádu	70
6.2.2	Rychlost iteračního procesu při konstantní délce kroku	72
6.2.3	Metoda sdružených gradientů	73
6.2.4	Předpodmínění	76
7	Parabolické problémy	78
7.1	Rovnice vedení tepla	78
7.1.1	Úloha v jedné dimenzi	78
7.1.2	Analytické řešení	78
7.2	Slabá formulace	80
7.3	Metoda konečných prvků	81
7.4	Diskretizace v čase	85
7.4.1	Implicitní Eulerova metoda	85
7.4.2	Crank-Nicholsonovo schéma	86
7.4.3	Explicitní Eulerova metoda	87
8	Hyperbolické problémy	88
8.1	Vlnová rovnice	88
8.1.1	Analytické řešení 1D problému	88
8.1.2	Slabá formulace problému	90
8.1.3	Řešení diskrétního problému	91
8.1.4	Časová diskretizace vlnové rovnice	91
8.2	Konvekce-difuze	93
8.2.1	Problém v 1D	93
8.2.2	Problém konvekce difuze	97
8.2.3	Klasická metoda umělé vazkosti	99
8.2.4	Klasická metoda streamline diffusion	99
8.2.5	Streamline Upwind/Petrov Galerkin(SUPG) metoda	99
9	Metoda konečných prvků v mechanice tekutin	102
9.1	Stokesův problém	102
9.1.1	Existence řešení	102
9.1.2	Galerkinova metoda	104
9.2	Navierovy-Stokesovy rovnice	106
9.2.1	Stacionární Navierovy-Stokesovy rovnice	106
9.2.2	Nestacionární Navierovy-Stokesovy rovnice	110
9.2.3	Formulace nestacionárního proudění	110
9.2.4	Diskretizace nestacionárních Navierových-Stokesových rovnic	111