

OBSAH

1. Vybraná kritická místa matematiky – zkoumání žákovských obtíží

(Naďa Vondrová a Miroslav Rendl)	11
1.1 Tři zdroje výzkumu prezentovaného v kapitolách knihy	12
1.2 Cíl a metody výzkumu	13
1.3 Metodologie	15
1.3.1 Výběr témat a tvorba úloh	15
1.3.2 Zaškolení tazatelů	16
1.3.3 Výběr žáků	17
1.3.4 Sběr dat	19
1.3.5 Analýza dat	20
1.4 Zpracování a struktura knihy	21
1.5 Omezení výzkumu	24
1.6 Shrnutí	25

2. Slovní úlohy jako kritické místo matematiky 1. stupně základní školy

(Radka Havlíčková, Lenka Hříbková a Anna Páchová)	27
2.1 Teoretický rámec a související výzkum	28
2.1.1 Slovní úlohy: vymezení, fáze řešení a typologie	28
2.1.2 Řešitelské strategie a chyby žáků při řešení slovních úloh	31
2.1.3 Kognitivní charakteristiky žáků	33
2.2 Slovní úlohy v české škole a obtíže českých žáků	35
2.2.1 Slovní úlohy očima českých učitelů 1. stupně ZŠ	36
2.2.2 Obtíže českých žáků 1. stupně se slovními úlohami v testování	38
2.3 Metodologie	42
2.3.1 Výběr úloh	42
2.3.2 Účastníci výzkumu a analýza dat	49
2.4 Výsledky pro úlohy z 1. až 3. ročníku a jejich diskuse	52
2.4.1 Celkové výsledky – úspěšnost	53
2.4.2 Porozumění textu a uchopení úlohy	55
2.4.3 Slova ve funkci antisignálu	68
2.4.4 Stavby a jejich transformace v zadání slovních úloh na porovnání	73
2.4.5 Soubory a jejich části	80
2.4.6 Matematické „řemeslo“	83
2.5 Výsledky pro úlohy ze 4. a 5. ročníku a jejich diskuse	87
2.5.1 Celkové výsledky	87
2.5.2 Uchopování slovní úlohy a matematizace slovní úlohy	88
2.5.3 Zápis úloh, obrázky a modelování	93
2.5.4 Porozumění textu a jazykové překážky	98
2.5.5 Úlohy s antisignálem	104
2.5.6 „Řetězení“ početních operací a informací v zadání	108

2.5.7 Zlomek ve slovní úloze	112
2.5.8 Numerické chyby a chyby v algoritmech (viz také oddíl 2.4.6)	120
2.5.9 Převody jednotek	124
2.6 Závěr	127

3. Konstrukční úlohy v řešeních žáků napříč ročníky základní školy

(Nad'a Vondrová a Radka Havlíčková)	133
3.1 Teoretický rámec	134
3.2 Konstrukční úlohy v české škole	137
3.2.1 Konstrukční úlohy očima českých učitelů	137
3.2.2 Obtíže českých žáků u konstrukčních úloh v testování	139
3.3 Metodologie	143
3.3.1 Účastníci výzkumu	143
3.3.2 Výběr úloh pro žáky 4. a 5. ročníku	144
3.3.3 Výběr úloh pro žáky 2. stupně základní školy	147
3.3.4 Analýza dat	148
3.4 Výsledky	150
3.4.1 Celkové výsledky	150
3.4.2 Teoretický prostor versus prostor reprezentací	152
3.4.3 Uvažování v prototypch	159
3.4.4 Znalost termínů versus chápání pojmů, čtení textu s geometrickými značkami	165
3.4.5 Role náčrtku a postupu konstrukce v řešení žáků	173
3.4.6 Kvalita rýsování	174
3.4.7 Učiteli očekávané obtíže u úlohy 2.3	175
3.5 Závěr a diskuse	176

4. Zlomky – obtíže žáků 2. stupně a jejich možné příčiny

(Miroslav Rendl)	181
4.1 Teoretický rámec a související výzkum	181
4.1.1 Konceptuální a procedurální znalosti	183
4.1.2 Různé významy zlomků	187
4.2 Zlomky v české škole	188
4.2.1 Zlomky v kurikulu základní školy	188
4.2.2 Zlomky očima českých učitelů	189
4.2.3 Čeští žáci a zlomky	192
4.3 Metodologie	192
4.3.1 Účastníci výzkumu	192
4.3.2 Výběr úloh a analýza dat	194
4.4 Výsledky	196
4.4.1 Slovní úlohy	197
4.4.2 Úlohy na číselné ose	213
4.5 Diskuse	227

4.5.1 Subkoncepty zlomku – vymezení pojmů	227
4.5.2 Chápání zlomku a jeho různých významů u našich žáků.	230
4.6 Závěr	250

5. Obtíže žáků 2. stupně ve zjišťování obsahu útvarů a objemů těles

(Naďa Vondrová)	253
5.1 Teoretický rámec	254
5.2 Související výzkum	259
5.2.1 Obtíže žáků v oblasti míry v geometrii.	259
5.2.2 Problémy vyučování míry v geometrii zmiňované ve výzkumech z oddílu 5.2.1	262
5.3 Obsah a objem v české škole	263
5.3.1 Problematika míry v geometrii očima učitelů	263
5.3.2 Problémy českých žáků v oblasti míry v geometrii v testování	264
5.4 Metodologie.	268
5.4.1 Účastníci výzkumu	268
5.4.2 Výběr úloh	268
5.4.3 Průběh rozhovorů a analýza dat.	271
5.5 Výsledky a jejich diskuse	272
5.5.1 Celkové výsledky – úspěšnost žáků v řešení jednotlivých úloh	273
5.5.2 Interpretace obrázku – narušení vazby mezi teoretickým a prostorově-grafickým prostorem	275
5.5.3 Pokrývání roviny a vyplňování prostoru	276
5.5.4 Tendence k okamžitému použití vzorců pro míru	282
5.5.5 Reakce na použití nesprávného vzorce – kalkulační oprava vzorce	283
5.5.6 Formální znalost vzorců	286
5.5.7 Úvaha versus použití vzorců.	288
5.5.8 Obsah obdélníku a trojúhelníku	294
5.5.9 Porozumění pojmu objem a použití vzorců pro objem	298
5.5.10 Převody jednotek	303
5.5.11 Matematická terminologie	307
5.6 Výzkumná sonda – úlohy na obsah zadané obrázkem	310
5.7 Závěr	316

6. Počátky algebraické činnosti: algebraizace a algebraické úpravy v řešeních žáků 2. stupně (Jana Žalská)

.	319
6.1 Teoretická východiska a související výzkum.	320
6.1.1 Prealgebraické základy	323
6.1.2 Specifika algebraické činnosti	324
6.2 Algebra v české škole.	328
6.2.1 Algebraické schopnosti a dovednosti českých žáků očima učitelů.	328
6.2.2 Algebraizace a práce s algebraickými výrazy u českých žáků v mezinárodním testování TIMSS a PISA	330

6.3 Metodologie – algebraizace	332
6.3.1 Účastníci výzkumu	332
6.3.2 Výběr úloh, sběr a analýza dat	332
6.4 Výsledky – Algebraizace	338
6.4.1 Celková úspěšnost a jednotlivé úlohy	338
6.4.2 Potřeba konkrétnosti, provedení výpočtu	353
6.4.3 Dosazení konkrétních hodnot jako strategie řešení	355
6.4.4 Jazyková reprezentace: pojmy, procesy a vztahy	356
6.4.5 Algebraická reprezentace vztahu: reálný kontext	358
6.4.6 Reprezentace vztahu: rozlišení proměnných	362
6.4.7 Reprezentace vztahu: geometrický kontext	364
6.5 Metodologie – Úpravy algebraických výrazů	368
6.5.1 Úpravy algebraických výrazů: účastníci výzkumu	368
6.5.2 Výběr úloh, sběr a analýza dat	368
6.6 Výsledky – Úpravy algebraických výrazů	372
6.6.1 Celková úspěšnost a jednotlivé úlohy	372
6.6.2 Závorky	379
6.6.3 Operace s proměnnými a jejich mocninami	386
6.6.4 Záporná čísla a znaménko minus	390
6.7 Diskuse	391
6.7.1 Proměnná a algebraické vyjádření vztahů	391
6.7.2 Úpravy algebraických a číselných výrazů	394
6.8 Závěr	397
7. Obtížná místa matematiky základní školy (Miroslav Rendl a Naďa Vondrová)	401
7.1 Uchopení textu	402
7.2 Matematizace	403
7.3 Nové učivo jako přechod od konkrétních k abstraktním reprezentacím	405
7.4 Zápisy, nákresy, náčrtky	407
7.4.1 Žáci si dělají poznámky, nikoli zápisy	407
7.4.2 Grafické znázornění je pro žáky nástroj pro vysvětlení, nikoli pro řešení	408
7.5 Závěr	410
8. Literatura	411
9. Přílohy	427
9.1 Konstrukční úlohy pro 2. stupeň	427
9.2 Zlomky pro 2. stupeň	429
Úlohy s obrázky	429
Úlohy o cenách	430
Úlohy s koláči	430
Úlohy na číselné ose	431

Pokyny pro tazatele	433
9.3 Úlohy z oblasti míra v geometrii pro 2. stupeň	434
9.4 Úlohy z algebry	435
9.4.1 Úlohy sady A (algebraizace pro 6. a 7. ročník).....	435
9.4.2 Úlohy sady B (algebraizace pro 8. a 9. ročník).....	437
9.4.3 Úlohy sady C (úpravy výrazů)	439
9.5 Přehled žáků účastnících se rozhovorů	441
9.5.1 Slovní úlohy pro 1. stupeň	442
9.5.2 Konstrukční úlohy pro 1. stupeň.....	445
9.5.3 Konstrukční úlohy pro 2. stupeň.....	445
9.5.4 Zlomky pro 2. stupeň	446
9.5.5 Míra v geometrii pro 2. stupeň.....	447
9.5.6 Algebraizace pro 2. stupeň	448
9.5.7 Úpravy algebraických výrazů pro 2. stupeň	448
Summary	451
Jmenný rejstřík	453
Věcný rejstřík	459