

# O B S A H

Předmluva k českému překladu . . . . .	8
Úvod . . . . .	11
 Kapitola 1 ● INTEGRÁL . . . . .	17
§ 1 Riemannův integrál a jednoduché funkce . . . . .	17
1. Riemannův integrál . . . . .	17
2. Definice Riemannova integrálu pomocí jednoduchých funkcí . . . . .	19
3. Idea zobecnění . . . . .	20
4. Operace na množině jednoduchých funkcí . . . . .	21
5. Nulové a masívni množiny . . . . .	21
6. Integrál jednoduché funkce . . . . .	23
7. Druhá definice nulové množiny . . . . .	25
Cvičení . . . . .	26
§ 2 Obecná teorie integrálu . . . . .	28
1. Elementární funkce a elementární integrál . . . . .	28
2. Nulové množiny . . . . .	29
3. Množina $L^+$ a integrál na ní definovaný . . . . .	32
4. Vlastnosti integrálu na $L^+$ . . . . .	33
5. Množina $L$ a integrál na ní definovaný . . . . .	35
6. Beppo-Leviova věta . . . . .	37
7. Lebesgueova věta . . . . .	39
8. Integrovatelnost limitní funkce. Fatouova lemma . . . . .	41
9. Věta o úplnosti $L$ . . . . .	43
10. Fubiniova věta . . . . .	45
§ 3 Lebesgueův integrál v $n$ -rozměrném euklidovském prostoru $E_n$ . . . . .	49
1. Vztah mezi Riemannovým a Lebesgueovým integrálem . . . . .	49
2. Nevlastní Riemannův integrál a Lebesgueův integrál . . . . .	51
3. Fubiniova věta pro funkce více proměnných . . . . .	53
4. Spojité funkce jako elementární funkce a Riemannův integrál jako elementární integrál . . . . .	54
Cvičení . . . . .	56
 Kapitola 2 ● STIELTJESŮV INTEGRÁL . . . . .	60
§ 4 Lebesgueův-Stieltjesův integrál . . . . .	60
1. Intervaly a listy . . . . .	60
2. Kvaziobjem, kvazidélka a distribuční funkce . . . . .	62

3.	Riemannův-Stieltjesův integrál . . . . .	63
4.	Nezáporné a spojité kvaziobjemy. Příklady . . . . .	67
5.	Regulární intervaly a intervaly spojitosti . . . . .	69
6.	$\tau$ -nulové množiny . . . . .	71
7.	Vlastnosti spojitého kvaziobjemu . . . . .	72
8.	Lebesgueův-Stieltjesův integrál . . . . .	74
9.	Množina $\tau$ -integrovatelných funkcí . . . . .	77
10.	Konstrukce Lebesgueova-Stieltjesova integrálu jako integrálu vytvořeného nad množinou stejnoměrně spojitých funkcí (volených za funkce elementární) a s Riemannovým-Stieltjesovým integrálem jako integrálem elementárním . . . . .	81
	Cvičení . . . . .	85
§ 5	Ekvivalentní kvaziobjemy a limitní věty . . . . .	87
1.	Ekvivalentní kvaziobjemy . . . . .	87
2.	Existence a jednoznačnost spojitého kvaziobjemu ekvivalentního s daným kvaziobjemem . . . . .	88
3.	Podstatná konvergance a první Hellyova věta . . . . .	89
4.	Druhá Hellyova věta . . . . .	92
5.	Případ $n = 1$ . . . . .	94
6.	Aplikace v analýze . . . . .	94
	Cvičení . . . . .	97
§ 6	Obecné kvaziobjemy . . . . .	99
1.	Formulace úlohy . . . . .	99
2.	Kvaziobjem s konečnou variací a jeho rozklad na rozdíl dvou nezáporných kvaziobjemů . . . . .	100
3.	Obecný tvar rozkladu $\tau = p - q$ . . . . .	102
4.	Vyjádření pozitivní, negativní a totální variace . . . . .	103
5.	Spojitost totální variace . . . . .	104
6.	Případ $n = 1$ ; Jordanova věta . . . . .	105
	Cvičení . . . . .	106
	Kapitola 3 ● MÍRA . . . . .	108
§ 7	Měřitelné funkce a obecná teorie míry . . . . .	108
1.	Měřitelné funkce . . . . .	108
2.	Měřitelné množiny . . . . .	111
3.	$\sigma$ -aditivnost míry . . . . .	112
4.	Stoneovy axiómy . . . . .	113
5.	Charakteristika měřitelných funkcí na základě pojmu míry . . . . .	114
6.	Původní Lebesgueova definice integrálu . . . . .	116
7.	Integrace přes měřitelnou podmnožinu . . . . .	118
8.	Míra na kartézském součinu množin . . . . .	120
9.	Prostor $L_p$ . . . . .	121
	Cvičení . . . . .	127
§ 8	Měřitelné funkce a obecná teorie míry (pokračování) . . . . .	129
1.	Podprostor vytvořený množinou charakteristických funkcí . . . . .	129
2.	Generující polookruhy . . . . .	132
3.	Silně generující polookruhy . . . . .	137
4.	Vnější míra a kritérium integrovatelnosti množin . . . . .	138
5.	Míra na $n$ -rozměrném intervalu. Příklady . . . . .	141
6.	Lebesgueova míra na přímce . . . . .	145
7.	Elementární $\sigma$ -aditivní míra a její rozšíření . . . . .	146
8.	Integrál vytvořený lebesgueovskou mírou . . . . .	156
	Cvičení . . . . .	157

§ 9 Neizotónní integrál a zobecněná míra . . . . .	161
1. Rozklad neizotonného integrálu na rozdíl dvou integrálů izotónních	161
2. Konstrukce prostoru integrovatelných funkcí a míry, příslušných k neizotónnímu integrálu . . . . .	165
3. Rozklad indefinitní míry na rozdíl dvou nezáporných mér . . . . .	168
4. Indefinitní (tj. obecné) kvaziobjemy z hlediska obecné teorie míry .	171
5. Věty o lineárních funkcionálech . . . . .	173
6. Hahnův rozklad . . . . .	176
Cvičení . . . . .	179
 Kapitola 4 ● DERIVACE . . . . .	181
§ 10 Míra a množinové funkce . . . . .	181
1. Základní typy množinových funkcí . . . . .	181
2. Rozklad množinové funkce na spojitou a diskrétní složku . . . . .	183
3. Zesílení Hahnovy věty . . . . .	184
4. Rozklad spojité množinové funkce na součet absolutně spojité a singulární složky. Radonova-Nikodymova věta . . . . .	185
5. Obecný tvar spojitého lineárního funkcionálu v prostorech $L$ a $L_p$	189
6. Pozitivní, negativní a totální variace součtu dvou indefinitních $\sigma$ -aditivních funkcí . . . . .	194
7. Distribuční funkce absolutně spojité množinové funkce . . . . .	195
8. Distribuční funkce singulární množinové funkce . . . . .	198
9. Distribuční funkce diskrétní množinové funkce . . . . .	201
10. Lebesgueova věta o kanonickém rozkladu funkce s konečnou variací	202
Cvičení . . . . .	203
§ 11 Derivace množinové funkce . . . . .	205
1. Tři definice derivace množinové funkce na přímce . . . . .	205
2. Diferencování podle sítě . . . . .	208
3. Diferencování podle Vitaliova systému . . . . .	209
4. Příklady; de Posselova věta a Lebesgueova věta . . . . .	216
5. Diferencování funkce v nejsilnějším smyslu . . . . .	222
Cvičení . . . . .	226
 Dodatek překladatele . . . . .	228
Poznámky překladatele . . . . .	232
Literatura . . . . .	233
Rejstřík . . . . .	235