

# OBSAH

Předmluva . . . . .	13
Předmluva překladatele . . . . .	15

## Kapitola I

### REÁLNÁ ČÍSLA. FUNKCE JEDNÉ REÁLNÉ PROMĚNNÉ

§ 1. Reálná čísla a číselná osa . . . . .	17
1. Reálná čísla . . . . .	17
2. Číselná osa . . . . .	17
3. $p$ -adické systémy . . . . .	18
4. Množiny reálných čísel . . . . .	20
5. Omezené množiny, horní a dolní mez . . . . .	21
6. Teorie iracionálních čísel . . . . .	22
§ 2. Funkce. Posloupnosti . . . . .	24
1. Funkce jedné proměnné . . . . .	24
2. Horní a dolní mez funkce . . . . .	25
3. Sudé a liché funkce . . . . .	27
4. Inverzní funkce . . . . .	28
5. Periodické funkce . . . . .	28
6. Funkcionální rovnice . . . . .	29
7. Posloupnosti čísel . . . . .	30
8. Horní a dolní mez posloupnosti . . . . .	31
9. Největší člen posloupnosti . . . . .	31
10. Monotónní posloupnosti . . . . .	31
11. Dvojné posloupnosti . . . . .	32
§ 3. Limitní přechod . . . . .	33
1. Hromadný bod množiny . . . . .	33
2. Hromadný bod a limita posloupnosti . . . . .	33

3. Základní věty o limitách . . . . .	35
4. Další věty o limitách . . . . .	36
5. Limes superior a limes inferior posloupnosti . . . . .	37
6. Stejněměrně rozložené posloupnosti . . . . .	38
7. Rekurentní posloupnosti . . . . .	38
8. Symboly $o(\alpha_n)$ a $O(\alpha_n)$ . . . . .	39
9. Limita funkce . . . . .	40
10. Spojitost funkce zprava a zleva . . . . .	41
11. Spojité funkce. Nespojité funkce . . . . .	41
12. Posloupnosti funkcí . . . . .	42
13. Stejněměrná konvergence . . . . .	43
14. Konvergence v průměru . . . . .	45
15. Symboly $o(x)$ a $O(x)$ . . . . .	45
16. Monotónní funkce . . . . .	46
17. Konvexní funkce . . . . .	47

## Kapitola II

### $n$ -ROZMĚRNÉ PROSTORY. FUNKCE $n$ PROMĚNNÝCH

Úvod . . . . .	49
§ 1. $n$ -rozměrné prostory . . . . .	50
1. $n$ -rozměrný euklidovský prostor . . . . .	50
2. Zaměření $n$ -rozměrného euklidovského prostoru . . . . .	51
3. Skalární součin . . . . .	52
4. Vektorový prostor a jeho báze . . . . .	53
5. Lineární formy . . . . .	56
6. Lineární obal . . . . .	59
7. Ortogonální systémy vektorů . . . . .	60
8. Biortogonální systémy vektorů . . . . .	61
9. Průmět vektoru na podprostor . . . . .	62
§ 2. Limitní přechod, spojité funkce a operátory . . . . .	64
1. Limitní přechod v $n$ -rozměrném prostoru . . . . .	64
2. Řady vektorů . . . . .	66
3. Spojité funkce $n$ proměnných . . . . .	67
4. Periodické funkce $n$ proměnných . . . . .	72
5. Limitní přechod pro lineární obaly . . . . .	73
6. Operátory z $E_n$ do $E_m$ . . . . .	74
7. Posloupnosti iterací . . . . .	76
8. Princip kontrahujících zobrazení . . . . .	78
§ 3. Konvexní tělesa v $n$ -rozměrném prostoru . . . . .	80
1. Základní definice . . . . .	80

2. Konvexní funkce . . . . .	82
3. Konvexní tělesa a normy vektorů . . . . .	82
4. Opěrné nadroviny . . . . .	84
5. Opěrné funkce a adjungované prostory . . . . .	85
6. Základní věty o opěrných nadrovinách . . . . .	87
7. Vzájemný vztah sdružených těles . . . . .	88
8. Kužel. Tečný kužel . . . . .	89
9. Hellyova věta . . . . .	90
10. Lineární operace s množinami . . . . .	91

### Kapitola III

#### ŘADY

Úvod . . . . .	93
1. Základní pojmy. Definice . . . . .	94
2. Některá kritéria konvergence řad . . . . .	96
§ 1. Číselné řady . . . . .	97
1. Řady se členy stejných a různých znamének . . . . .	97
2. Vlastnosti konvergentních řad . . . . .	98
3. Obecná kritéria konvergence řad s kladnými členy . . . . .	99
4. Odhady zbytku, odpovídající různým kritériím konvergence . . . . .	101
5. Kritéria konvergence řad s kladnými členy. Odhady zbytku . . . . .	103
6. Konvergence řad s členy různých znamének . . . . .	111
7. Nekonečné součiny a jejich konvergence . . . . .	113
8. Dvojně řady. Základní pojmy a definice . . . . .	117
9. Některé vlastnosti dvojných řad . . . . .	118
10. Některá kritéria konvergence dvojných řad s kladnými členy. Odhady zbytku . . . . .	120
§ 2. Řady funkcí . . . . .	124
1. Základní vlastnosti a kritéria konvergence . . . . .	124
2. Mocninné řady . . . . .	128
3. Operace s mocninnými řadami. Taylorova řada. Integrovaní a derivování mocninných řad . . . . .	130
4. Řady s komplexními členy . . . . .	135
5. Trigonometrické Fourierovy řady . . . . .	139
6. Asymptotické řady . . . . .	146
7. Některé metody zobecněného sčítání divergentních řad . . . . .	149
§ 3. Metody sčítání řad . . . . .	152
1. Elementární metody sčítání řad . . . . .	152
2. Sčítání řad pomocí funkcí komplexní proměnné . . . . .	154

3. Sčítání řad pomocí Laplaceovy transformace. Definice Laplaceovy transformace . . . . .	156
4. Integrované odhady konečných součtů a nekonečných řad. Eulerova formule . . . . .	159
5. Kummerova transformace . . . . .	163
6. Zlepšování konvergence řad, odpovídající danému kritériu konvergence . . . . .	164
7. Abelova transformace . . . . .	168
8. Metoda A. N. Krylova pro zlepšování konvergence trigonometrických řad . . . . .	169
9. Metoda A. S. Malijeve pro zlepšování konvergence trigonometrických řad . . . . .	174

#### Kapitola IV

### ORTOGONÁLNÍ ŘADY A ORTOGONÁLNÍ SYSTÉMY

Úvod . . . . .	177
§ 1. Ortogonální systémy . . . . .	178
1. Ortogonální systémy funkcí definovaných v $n$ bodech . . . . .	178
2. Ortogonální systémy v $E_n(x_1, \dots, x_n)$ . . . . .	179
3. Nejlepší kvadratické přiblížení . . . . .	180
4. Ortogonální systémy trigonometrických funkcí . . . . .	180
§ 2. Obecné vlastnosti ortogonálních a biortogonálních systémů	
1. Ortogonalita. Skalární součin . . . . .	182
2. Ortogonální systémy Besselových, Haarových a jiných funkcí . . . . .	185
3. Lineární nezávislost. Proces ortogonalizace . . . . .	190
4. Fourierovy koeficienty. Uzavřenost systému . . . . .	193
5. Fourierovy řady podle trigonometrického systému . . . . .	196
6. Biortogonální systémy funkcí . . . . .	198
§ 3. Ortogonální systémy mnohočlenů . . . . .	201
1. Nulové body ortogonálních mnohočlenů . . . . .	203
2. Rekurentní vztahy ortogonálních mnohočlenů . . . . .	203
3. Mocninné momenty. Vyjádření ortogonálních mnohočlenů mocninnými momenty . . . . .	204
4. Souvislost ortogonálních mnohočlenů s řetězcí . . . . .	205
5. Převod ortogonálních rozvoje na posloupnost aproximujících zlomků . . . . .	208
6. Ortogonální mnohočleny a formule Gaussova typu pro přibližný výpočet integrálů . . . . .	209
7. Uzavřenost ortogonálního systému mnohočlenů . . . . .	210
8. Christoffelova formule. Konvergence Fourierových řad podle systémů ortogonálních mnohočlenů . . . . .	211
§ 4. Klasické systémy ortogonálních mnohočlenů	
1. Pearsonova diferenciální rovnice . . . . .	213
2. Diferenciální rovnice pro odpovídající třídy ortogonálních mnohočlenů . . . . .	215

3. Vyjádření mnohočlenu $n$ -tého stupně z ortogonálního systému mnohočlenů pomocí váhy . . . . .	215
4. Vytvořující funkce ortogonálního systému mnohočlenů s Pearsonovou vahou . . . . .	216
5. Legendreovy mnohočleny . . . . .	217
6. Jacobiovy mnohočleny . . . . .	223
7. Čebyševovy mnohočleny prvního druhu . . . . .	227
8. Čebyševovy mnohočleny druhého druhu . . . . .	234
9. Laguerrovy mnohočleny . . . . .	237
10. Hermiteovy mnohočleny . . . . .	239
11. Čebyševovy mnohočleny, ortogonální na konečné množině bodů . . . . .	241

## Kapitola V

### ŘETĚZCE

Úvod . . . . .	244
1. Označení řetězců. Základní definice . . . . .	244
2. Krátká historická poznámka . . . . .	245
§ 1. Řetězce a jejich základní vlastnosti . . . . .	245
1. Výpočet sblížených zlomků. Sblížené zlomky . . . . .	245
2. Transformace řetězců . . . . .	248
3. Zúžení a rozšíření řetězce . . . . .	249
4. Transformace řetězců, plynoucí ze Stolzovy věty . . . . .	251
5. Vlastnosti pravidelných řetězců. Pravidelné řetězce . . . . .	256
6. Ekvivalentní a přiřazené řetězce. Definice ekvivalentních a přiřazených řetězců . . . . .	260
7. Sestrojení přiřazených řetězců. Viskovatovova metoda . . . . .	262
8. Appelova metoda . . . . .	264
§ 2. Základní kritéria konvergence řetězců . . . . .	265
1. Konvergence řetězců . . . . .	265
2. Nutná a postačující podmínka konvergence řetězce s kladnými prvky článků (Seidelovo kritérium). . . . .	268
3. Postačující podmínky konvergence řetězců s kladnými prvky článků . . . . .	268
4. Druhá série postačujících podmínek konvergence . . . . .	269
5. Kritéria konvergence limitně periodických řetězců . . . . .	272
§ 3. Rozvoj některých funkcí v řetězce . . . . .	273
1. Lagrangeova metoda . . . . .	273
2. Základní diferenciální rovnice . . . . .	273
3. Rozvoj mocninné funkce . . . . .	275
4. Rozvoj logaritmické funkce . . . . .	277

5. Rozvoj exponenciální funkce . . . . .	277
6. Rozvoj funkce $y = \operatorname{arctg} x$ . . . . .	278
7. Rozvoj funkce $y = \int_0^x dt/(1 + t^k)$ . . . . .	279
8. Rozvoj funkcí $\operatorname{tg} x$ a $\operatorname{tgh} x$ . . . . .	280
9. Rozvoj Primovy funkce . . . . .	281
10. Rozvoj neúplné $\Gamma$ -funkce . . . . .	282
11. Thieleova formule . . . . .	283
12. Aproximace funkcí $\sin x$ a $\sinh x$ lomenou racionální funkcí . . . . .	283
13. Aproximace funkcí $\cos x$ a $\cosh x$ lomenou racionální funkcí . . . . .	285
14. Aproximace pravděpodobnostního integrálu lomenou racionální funkcí . . . . .	286
15. Převedení Stirlingovy řady na řetězec . . . . .	286
16. Aproximace $\Gamma$ -funkce lomenou racionální funkcí . . . . .	286
17. Aproximace logaritmu $\Gamma$ -funkce lomenou racionální funkcí . . . . .	287
18. Aproximace derivace logaritmu $\Gamma$ -funkce lomenou racionální funkcí . . . . .	288
19. Obreškovova formule . . . . .	289
§ 4. Metoda matic . . . . .	293
1. Výpočet druhé odmocniny pomocí matic druhého stupně . . . . .	293
2. Řešení kvadratických rovnic pomocí matic druhého stupně . . . . .	295
3. Souvislost metody matic s teorií řetězců . . . . .	296
4. Rozvoj kvadratických iracionálních čísel v neperiodický řetězec pomocí matic druhého stupně s proměnnými prvky . . . . .	299
5. Výpočet libovolné racionální mocniny pomocí matic . . . . .	300
6. Řešení rovnice třetího stupně pomocí matic . . . . .	303
7. Rekurentní řady. Bernoulliova-Eulerova metoda . . . . .	304
8. Souvislost Bernoulliovy-Eulerovy metody a metody matic . . . . .	306
9. Řešení rovnic vyššího stupně pomocí matic . . . . .	307
10. Jacobiův algoritmus . . . . .	308

## Kapitola VI

### NĚKTERÉ SYSTÉMY ČÍSEL A FUNKCÍ

§ 1. Některé konstanty a systémy čísel . . . . .	310
1. Konstanty . . . . .	310
2. Některé systémy čísel . . . . .	322
§ 2. Bernoulliova a Eulerova čísla a mnohočleny . . . . .	330
1. Bernoulliova čísla a mnohočleny . . . . .	330
2. Eulerova čísla a mnohočleny . . . . .	341
§ 3. Jednoduché po částech lineární funkce, $\delta$ -funkce . . . . .	347
1. Funkce po částech lineární . . . . .	347
2. $\delta$ (delta)-funkce . . . . .	354

§ 4. Jednoduché speciální funkce . . . . .	357
1. Eliptické integrály . . . . .	357
2. Integrální funkce . . . . .	363
3. Pravděpodobnostní integrál . . . . .	368
4. Fresnelovy integrály . . . . .	371
5. Eulerovy $\Gamma$ (gama)-funkce a $B$ (beta)-funkce . . . . .	374
6. Besselovy funkce . . . . .	390
Seznam literatury . . . . .	401
Rejstřík . . . . .	406