

# OBSAH PRVNÍHO DÍLU

Předmluva k prvnímu vydání .....	xvii
Předmluva k šestému přepracovanému vydání .....	xx
Přehled značek a označení .....	xxiii

## 1 ARITMETIKA A ALGEBRA

Napsal VÁCLAV VILHELM

1.1	Některé logické pojmy .....	1
1.2	Přirozená, celá a racionální čísla .....	3
1.3	Reálná čísla .....	5
1.4	Nerovnosti mezi reálnými čísly; absolutní hodnota. Řešení nerovnic ..	7
1.5	Další nerovnosti; středy (průměry) .....	8
1.6	Komplexní čísla .....	9
1.7	Mocniny s celým exponentem .....	12
	(a) Mocniny s celým kladným exponentem .....	12
	(b) Mocniny s celým exponentem .....	12
1.8	Odmocniny z reálných čísel .....	12
1.9	Obecná mocnina reálného čísla .....	13
	(a) Mocnina s racionálním exponentem .....	13
	(b) Obecná mocnina .....	13
1.10	Logaritmy .....	14
	(a) Pojem a vlastnosti logaritmů .....	14
	(b) Exponenciální rovnice .....	15
	(c) Logaritmické rovnice .....	15
1.11	Aritmetické a geometrické posloupnosti. Součty mocnin přirozených čísel; vzorce pro $a^n \pm b^n$ .....	15
1.12	Kombinatorika .....	17
1.13	Binomická věta .....	19
1.14	Mnohočleny .....	19
1.15	Vektory v algebře .....	23
1.16	Matice .....	25
1.17	Determinanty .....	28
1.18	Soustavy lineárních rovnic .....	32
	(a) Definice a vlastnosti soustav lineárních rovnic .....	32
	(b) Řešení soustavy lineárních rovnic bez použití determinantů (Gaussova eliminační metoda) .....	33

(c) Řešení soustavy lineárních rovnic pomocí determinantů .....	35
1.19 Algebraické rovnice vyšších stupňů; obecné vlastnosti .....	37
1.20 Rovnice druhého, třetího a čtvrtého stupně .....	38
(a) Rovnice druhého stupně .....	38
(b) Rovnice třetího stupně .....	39
(c) Rovnice čtvrtého stupně .....	40
1.21 Binomické rovnice .....	41
1.22 Reciproké rovnice .....	43
1.23 Pojem množiny a pojem zobrazení .....	44
1.24 Grupa, okruh, těleso .....	46
1.25 Matice (pokračování). Operace s maticemi. Maticová analýza .....	48
1.26 Matice rozdělené na pole a operace s nimi; trojúhelníkové a diagonální matice .....	55
1.27 $\lambda$ -matice, ekvivalence $\lambda$ -matic .....	57
1.28 Podobné matice; charakteristická matice a charakteristický mnohočlen matice .....	60
1.29 Kvadratické a Hermitovy formy .....	64

## 2 GONIOMETRICKÉ A CYKLOMETRICKÉ FUNKCE. HYPERBOLICKÉ A HYPERBOLOMETRICKÉ FUNKCE

Napsal VÁCLAV VILHELM

2.1 Měření úhlů (stupňová a oblouková míra) .....	70
2.2 Definice goniometrických funkcí .....	71
2.3 Průběh goniometrických funkcí. Jejich základní vlastnosti .....	72
2.4 Vztahy mezi goniometrickými funkcemi stejného úhlu .....	74
2.5 Goniometrické funkce součtu a rozdílu úhlů, násobku a poloviny úhlu .....	75
2.6 Součet, rozdíl, součin goniometrických funkcí, mocnina goniometrické funkce .....	77
2.7 Goniometrické součty .....	78
2.8 Goniometrické rovnice .....	78
2.9 Rovinná trigonometrie .....	79
(a) Pravoúhlý trojúhelník .....	79
(b) Obecný trojúhelník .....	80
2.10 Sférická trigonometrie .....	83
(a) Hlavní kružnice na kouli; sférický trojúhelník (Eulerův) .....	83
(b) Pravoúhlý sférický trojúhelník .....	84
(c) Kosoúhlý sférický trojúhelník .....	85

2.11	Cyklometrické funkce .....	87
2.12	Hyperbolické funkce .....	90
2.13	Hyperbolometrické funkce .....	93

### 3 NĚKTERÉ VZORCE (OBSAHY, OBVODY, OBJEMY, POVRCHY, TĚŽIŠTĚ, MOMENTY SETRVAČNOSTI)

Napsal VÁCLAV VILHELM

3.1	Obsahy, obvody, těžiště a momenty setrvačnosti rovinných obrazců ...	95
	(a) Trojúhelník .....	95
	(b) Čtyřúhelník .....	96
	(c) Mnohoúhelník .....	98
	(d) Kružnice, kruh .....	98
	(e) Elipsa .....	101
	(f) Hyperbola .....	102
	(g) Parabola .....	103
3.2	Objemy, povrchy, těžiště a momenty setrvačnosti těles .....	103
	(a) Hranol .....	103
	(b) Jehlan .....	104
	(c) Válec .....	106
	(d) Kužel .....	107
	(e) Koule .....	108
	(f) Elipsoid .....	109
	(g) Rotační paraboloid .....	110
	(h) Anuloid (torus, prsteneček) .....	110
	(i) Sud .....	111

### 4 ROVINNÉ KŘIVKY A KONSTRUKCE

Napsal KAREL DRÁBEK

4.1	Kružnice .....	112
4.2	Elipsa .....	114
4.3	Hyperbola .....	118
4.4	Parabola .....	121
4.5	Paraboly a hyperboly vyšších stupňů (mocninné křivky) .....	124
4.6	Cyklické křivky .....	125
	(a) Cykloidy .....	126
	(b) Epicykloidy a hypocykloidy .....	128

(c) Evolventa kružnice .....	133
(d) Konstrukce středů křivosti u cyklických křivek .....	134
4.7 Spirály .....	134
4.8 Klotoida .....	138
4.9 Exponenciální křivka (logistika) .....	140
4.10 Řetězovky .....	142
(a) Obecná řetězovka .....	142
(b) Řetězovka stálé pevnosti .....	144
4.11 Příklady některých algebraických křivek .....	145
4.12 Sinové křivky .....	150
4.13 Křivky harmonického kmitání .....	152
(a) Netlumené kmitání .....	152
$\alpha$ ) Vlastní netlumené kmitání .....	152
$\beta$ ) Vynucené netlumené kmitání .....	153
(b) Tlumené kmitání .....	154
$\alpha$ ) Vlastní tlumené kmitání .....	154
$\beta$ ) Vynucené tlumené kmitání .....	157
4.14 Křivky vývoje .....	159
4.15 Některé přibližné konstrukce .....	162

## 5 ANALYTICKÁ GEOMETRIE V ROVINĚ

Napsal MILOSLAV ZELENKA

5.1 Souřadnice bodu na přímce a v rovině. Vzdálenost dvou bodů .....	163
5.2 Dělení úsečky v daném poměru. Obsah trojúhelníka a mnohoúhelníka .....	164
5.3 Rovnice křivky jako množiny (geometrického místa) bodů .....	165
5.4 Směrnicová, úseková, obecná, vektorová rovnice přímky. Parametrické rovnice přímky. Rovnice přímky procházející dvěma danými body. Průsečík dvou přímek. Rovnice svazku přímek .....	166
5.5 Orientovaná přímka. Směrové kosiny. Úhel (odchylka) dvou přímek ..	169
5.6 Normálová rovnice přímky. Vzdálenost bodu od přímky. Rovnice os úhlů sevřených dvěma přímkami .....	173
5.7 Polární souřadnice .....	174
5.8 Parametrické rovnice křivky v rovině .....	175
5.9 Kružnice .....	176
5.10 Elipsa .....	178
5.11 Hyperbola .....	179
5.12 Parabola .....	181

5.13	Shodné transformace kartézských souřadnic v rovině .....	181
5.14	Homogenní souřadnice .....	183
5.15	Obecná rovnice kuželoseček .....	184
5.16	Afinní a projektivní transformace .....	185
5.17	Pól, polára, střed, sdružené průměry a tečny kuželosečky .....	187

## 6 ANALYTICKÁ GEOMETRIE V PROSTORU

Napsal FRANTIŠEK KEJLA

6.1	Soustavy souřadnic .....	191
	(a) Pravoúhlá soustava souřadnic .....	191
	(b) Cylindrická (válnová, semipolární) soustava souřadnic .....	192
	(c) Sférická (kulová, polární) soustava souřadnic .....	192
6.2	Lineární útvary .....	195
6.3	Kvadratické plochy .....	204
6.4	Rotační plochy a přímkové plochy .....	214

## 7 VEKTOROVÝ POČET

### A. VEKTROVÁ ALGEBRA

Napsal FRANTIŠEK KEJLA

7.1	Vektorová algebra; skalární, vektorový, smíšený a dvojný součin .....	219
-----	---	-----

### B. VEKTROVÁ ANALÝZA

Napsal KAREL REKTORYS

7.2	Derivace vektoru. Skalární a vektorové pole. Gradient, divergence, rotace. Nabla-operátor, Laplaceův operátor. Vyjádření v cylindrických a sférických souřadnicích .....	225
7.3	Křivkový a plošný integrál vektoru. Vektorový zápis Stokesovy věty, Gaussovy věty a Greenových vztahů .....	231

## 8 TENZOROVÝ POČET

Napsal VÁCLAV VILHELM

8.1	Kontravariantní a kovariantní souřadnice vektoru a jejich transformace při změně soustavy souřadnic .....	234
8.2	Pojem tenzoru v prostoru .....	238
8.3	Tenzory na ploše .....	240

8.4	Základní algebraické operace s tenzory .....	245
8.5	Symetrický kvadratický tenzor .....	248

## 9 DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRIE

Napsal BOŘIVOJ KEPR

9.1	Úvod .....	251
-----	------------	-----

### A. KŘIVKY

9.2	Vyjádření křivky, délka oblouku a tečna křivky .....	251
9.3	Průvodní trojhran a Frenetovy vzorce .....	259
9.4	První a druhá křivost, přirozené rovnice křivky .....	267
9.5	Styk křivek, oskulační kružnice .....	271
9.6	Asymptoty. Singulární body rovinných křivek .....	278
9.7	Obalová křivka jednoparametrické soustavy křivek v rovině .....	283
9.8	Křivky rovnoběžné, spádové, evoluty a evolventy .....	286
9.9	Směr tečny, křivost a asymptoty rovinných křivek v polárních souřadnicích .....	291
9.10	Dodatky .....	293

### B. PLOCHY

9.11	Definice a vyjádření plochy. Souřadnice na ploše .....	296
9.12	Křivka na ploše, tečná rovina plochy, normála plochy .....	299
9.13	Obalová plocha jednoparametrické soustavy ploch, rozvinutelné plochy .....	307
9.14	První základní forma plochy .....	311
9.15	Druhá základní forma plochy, tvar plochy vzhledem k tečné rovině ...	314
9.16	Křivost plochy .....	316
9.17	Křivoznačné (hlavní) křivky .....	320
9.18	Asymptotické křivky .....	320
9.19	Základní rovnice Weingartenovy, Gaussovy a Codazziho .....	321
9.20	Geodetická křivost, geodetické křivky a spádové křivky na ploše .....	322

## 10 POSLOUPNOSTI A ŘADY S KONSTANTNÍMI ČLENY. NEKONEČNÉ SOUČINY

Napsal KAREL REKTORYS

10.1	Posloupnosti s konstantními členy .....	325
10.2	Nekonečné číselné řady .....	332
10.3	Nekonečné součiny .....	346

## 11 DIFERENCIÁLNÍ POČET FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ

Napsal KAREL REKTORYS

11.1	Pojem funkce. Složené funkce, inverzní funkce .....	348
11.2	Elementární funkce. Algebraické funkce, transcendentní funkce .....	352
11.3	Spojitosť. Druhy nespojitostí. Funkce s konečnou variací .....	355
11.4	Limita. Nevlastní limity. Výpočet limit. Některé důležité limity. Symboly $O(g(x))$ , $o(g(x))$ .....	359
11.5	Derivace. Vzorce pro počítání derivací. Derivace složených a inverzních funkcí .....	366
11.6	Diferenciál. Diference .....	372
11.7	Obecné věty o derivaci. Rollova věta. Věta o střední hodnotě .....	375
11.8	Výpočet limit použitím l'Hospitalova pravidla .....	376
11.9	Průběh funkce. Funkce rostoucí, klesající. Konkávnost, konvexnost. Inflexní body. Maxima, minima .....	378
11.10	Taylorova věta .....	384
11.11	Přibližné výrazy. Počítání s malými čísly .....	386
11.12	Přehled některých důležitých vzorců z kapitoly 11 .....	387

## 12 FUNKCE DVOU A VÍCE PROMĚNNÝCH

Napsal KAREL REKTORYS

12.1	Funkce více proměnných. Složené funkce. Limita, spojitost .....	390
12.2	Parciální derivace. Záměnnost smíšených derivací .....	394
12.3	Totální diferenciál .....	396
12.4	Derivování složených funkcí .....	400
12.5	Taylorova věta, věta o střední hodnotě. Derivace v daném směru .....	402
12.6	Eulerova věta o homogenních funkcích .....	403
12.7	Regulární zobrazení. Funkcionální determinanty .....	404
12.8	Závislost funkcí .....	407
12.9	Věta o implicitních funkcích. Rovnice $f(x, y) = 0$ , $f(x, y, z) = 0$ .....	410
12.10	Věta o implicitních funkcích. Obecný případ .....	416
12.11	Zavedení nových proměnných. Transformace diferenciálních výrazů (zejména do polárních, sférických a cylindrických souřadnic) .....	418
	(a) Případ jedné proměnné .....	418
	$\alpha$ ) Zavedení nové nezávisle proměnné .....	418
	$\beta$ ) Zavedení nové závisle proměnné .....	419
	(b) Případ dvou a více proměnných .....	420

12.12 Extrémy funkcí více proměnných. Vázané extrémy. Lagrangeova metoda neurčitých koeficientů. Extrémy implicitních funkcí .....	423
12.13 Přehled některých důležitých vzorců z kapitoly 12 .....	431

### 13 INTEGRÁLNÍ POČET FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ

Napsal KAREL REKTORYS

13.1 Primitivní funkce, neurčitý integrál, základní integrály .....	433
13.2 Integrační metody. Integrovaní per partes, metoda substituce. Metoda derivování podle parametru. Grafická integrace .....	435
13.3 Integrovaní racionálních funkcí .....	441
13.4 Integrály, které lze převést na integrály z racionálních funkcí .....	447
13.5 Tabulka neurčitých integrálů .....	454
(a) Integrály z racionálních funkcí .....	454
(b) Integrály z iracionálních funkcí .....	460
(c) Integrály z goniometrických funkcí .....	471
α) Integrály obsahující sinus .....	471
β) Integrály obsahující kosinus .....	474
γ) Integrály obsahující sinus i kosinus .....	476
δ) Integrály obsahující tangens a kotangens .....	479
(d) Integrály z ostatních transcendentních funkcí .....	481
α) Integrály z hyperbolických funkcí .....	481
β) Integrály z exponenciálních funkcí .....	482
γ) Integrály z logaritmických funkcí .....	483
δ) Integrály z cyklometrických funkcí .....	485
ε) Integrály z hyperbolometrických funkcí .....	486
13.6 Určité integrály. Cauchyova-Riemannova definice. Základní vlastnosti. Věty o střední hodnotě. Výpočet určitého integrálu .....	488
13.7 Integrovaní určitých integrálů metodou per partes a substituce .....	495
13.8 Nevlastní integrály .....	498
13.9 Integrály závislé na parametru .....	509
13.10 Tabulka určitých integrálů .....	517
13.11 Eulerovy integrály, funkce gama, funkce beta. Gaussova funkce. Stirlingův vzorec .....	521
13.12 Vyjádření některých důležitých integrálů řadami. Eliptické integrály, eliptické funkce .....	525
13.13 Přibližný výpočet určitého integrálu .....	528
(a) Gaussův kvadraturní vzorec .....	530



(b) Newtonovy-Cotesovy kvadraturní vzorce .....	531
(c) Složené kvadraturní vzorce .....	531
$\alpha$ ) Lichoběžníkové pravidlo .....	531
$\beta$ ) Simpsonovo pravidlo .....	531
(d) Rombergův kvadraturní vzorec .....	532
13.14 Lebesgueův integrál .....	533
13.15 Stieltjesův integrál .....	541
13.16 Přehled některých důležitých vzorců z kapitoly 13 .....	544

## 14 INTEGRÁLNÍ POČET FUNKCÍ DVOU A VÍCE PROMĚNNÝCH

Napsal KAREL REKTORYS

14.1 Základní označení a definice .....	546
14.2 Dvojný integrál .....	549
14.3 Výpočet dvojného integrálu dvojnásobnou integrací .....	554
14.4 Substituce ve dvojném integrálu .....	559
14.5 Trojné integrály .....	562
14.6 Nevlastní vícerozměrné integrály .....	567
14.7 Křivkové integrály, Greenova věta .....	572
14.8 Plošné integrály, Gaussova-Ostrogradského věta, Stokesova věta, Greenova věta .....	581
14.9 Použití integrálního počtu v geometrii a ve fyzice. (Křivky, rovinné obrazce, tělesa, plochy – délky, obsahy, objemy, hmotnosti, statické momenty, těžiště, momenty setrvačnosti; práce síly po dané dráze; některé speciální vzorce; Guildinova pravidla; Steinerova věta; příklady)	589
(a) Křivky .....	590
$\alpha$ ) Křivky v rovině .....	590
$\beta$ ) Křivky v prostoru .....	592
(b) Rovinné obrazce .....	593
(c) Tělesa .....	596
(d) Plochy .....	599
(e) Práce síly po dané dráze .....	603
(f) Některé speciální vzorce .....	604
(g) Guldinova pravidla .....	604
(h) Steinerova věta .....	604
(i) Příklady .....	604
14.10 Přehled některých důležitých vzorců z kapitoly 14. ....	605

## 15 POSLOUPNOSTI A ŘADY S PROMĚNNÝMI ČLENY (FUNKČNÍ POSLOUPNOSTI A ŘADY)

Napsal KAREL REKTORYS

15.1	Posloupnosti s proměnnými členy. Stejnomořná konvergence. Arzelàova-Ascoliho věta. Záměna limit. Integrovaní a derivování posloupností s proměnnými členy. Limitní přechod za znakem integrálu a derivace	608
15.2	Řady s proměnnými členy. Stejnomořná konvergence. Integrovaní a derivování řad s proměnnými členy	612
15.3	Mocninné (potenční) řady	616
15.4	Věty o derivování a integrování mocninných řad. Mocninné řady ve dvou a více proměnných	620
15.5	Taylorova řada. Binomická řada	623
15.6	Některé důležité řady, zejména mocninné	624
15.7	Použití řad, zejména mocninných, k výpočtu integrálů. Asymptotické rozvoje	628
15.8	Přehled některých důležitých vzorců z kapitoly 15	631

## 16 PROSTOR $L_2$ . ORTOGONÁLNÍ SYSTÉMY, FOURIEROVY ŘADY. NĚKTERÉ SPECIÁLNÍ FUNKCE (BESSELOVY FUNKCE ATD.)

Napsal KAREL REKTORYS

16.1	Prostor $L_2$	632
16.2	Ortogonalní systémy, Fourierovy řady	639
16.3	Trigonometrická Fourierova řada. Fourierovy řady ve dvou a více proměnných. Fourierův integrál	647
16.4	Besselovy funkce	661
16.5	Legendrovy polynomy. Kulové funkce	674
16.6	Některé další důležité funkce (hypergeometrické funkce, Jacobiovy polynomy, Čebyševovy polynomy, Laguerrovy polynomy, Hermitovy polynomy)	679
16.7	Reprezentace grup a speciální funkce	681
	<b>Literatura</b>	685
	<b>Rejstřík</b>	692