

# Obsah

<b>Předmluva</b>	<b>iii</b>
<b>1 Úvod do problematiky numerických metod</b>	<b>1</b>
1.1 Zdroje chyb . . . . .	2
1.2 Aproximace čísel . . . . .	3
1.3 Reprezentace čísel v počítači . . . . .	5
1.4 Korektnost a podmíněnost úlohy . . . . .	6
1.5 Vlastnosti numerických algoritmů . . . . .	8
1.6 Symbol $O$ . . . . .	9
1.7 Vektorové a maticové normy, skalární součin . . . . .	10
1.7.1 Vektorové normy . . . . .	11
1.7.2 Maticové normy . . . . .	15
1.7.3 Číslo podmíněnosti čtvercové matice . . . . .	21
1.7.4 Spektrální poloměr . . . . .	22
1.7.5 Skalární součin . . . . .	23
Kontrolní otázky . . . . .	31
Cvičení . . . . .	31
Řešení . . . . .	33
<b>2 Numerické řešení nelineárních rovnic</b>	<b>35</b>
2.1 Nelineární rovnice o jedné neznámé . . . . .	35
2.1.1 Postup při hledání kořenů . . . . .	36
2.1.2 Zastavovací podmínky . . . . .	37
2.1.3 Rychlost konvergence . . . . .	38
2.2 Iterační metody pro řešení rovnic o jedné neznámé . . . . .	39
2.2.1 Klasifikace iteračních metod . . . . .	39
2.2.2 Metoda bisekce (metoda půlení intervalu) . . . . .	40
2.2.3 Metoda regula falsi (metoda těživ) . . . . .	41

2.2.4	Metoda prosté iterace . . . . .	46
2.2.5	Newtonova metoda (metoda tečen) . . . . .	50
2.2.6	Metoda sečen . . . . .	51
2.3	Systémy nelineárních rovnic . . . . .	54
2.3.1	Metoda prosté iterace . . . . .	55
2.3.2	Newtonova metoda pro systémy . . . . .	56
	Kontrolní otázky . . . . .	59
<b>3</b>	<b>Numerické řešení systémů lineárních rovnic</b>	<b>61</b>
3.1	Přímé metody . . . . .	62
3.1.1	Gaussova eliminační metoda . . . . .	63
3.1.2	Metoda LU rozkladu . . . . .	72
3.1.3	Choleského metoda . . . . .	78
3.1.4	Analýza chyb při numerickém řešení soustav lineárních rovnic	80
3.2	Iterační metody . . . . .	84
3.2.1	Jacobiova metoda . . . . .	86
3.2.2	Gaussova-Seidelova metoda . . . . .	88
3.2.3	Relaxační metody, metoda SOR . . . . .	91
	Kontrolní otázky . . . . .	94
<b>4</b>	<b>Interpolace a aproximace funkcí</b>	<b>97</b>
4.1	Interpolační polynom . . . . .	98
4.1.1	Lagrangeův tvar interpolačního polynomu . . . . .	99
4.1.2	Newtonův tvar interpolačního polynomu . . . . .	102
4.1.3	Newtonův interpolační polynom — ekvidistantní uzly . . . . .	106
4.1.4	Hermitův interpolační polynom . . . . .	111
4.2	Interpolace splajny . . . . .	117
4.3	Aproximace metodou nejmenších čtverců . . . . .	127
4.3.1	Obecný případ . . . . .	127
4.3.2	Vyrovnaní polynomy . . . . .	130
4.3.3	Určení stupně aproximačního polynomu . . . . .	133
	Kontrolní otázky . . . . .	136
	Cvičení . . . . .	138
	Řešení . . . . .	142
<b>5</b>	<b>Numerická integrace</b>	<b>145</b>
5.1	Kvadrurní formule . . . . .	146
5.2	Newtonovy-Cotesovy kvadrurní formule . . . . .	149
5.2.1	Uzavřené Newtonovy-Cotesovy kvadrurní formule . . . . .	150

5.2.2	Otevřené Newtonovy-Cotesovy kvadraturní formule . . . . .	152
5.2.3	Složené Newtonovy-Cotesovy kvadraturní formule . . . . .	157
5.3	Gaussovy kvadraturní formule . . . . .	160
5.4	Rombergova kvadratura . . . . .	166
	Kontrolní otázky . . . . .	169
<b>6</b>	<b>Numerické řešení obyčejných diferenciálních rovnic</b>	<b>171</b>
6.1	Obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu . . . . .	171
6.1.1	Základní vlastnosti obyčejných diferenciálních rovnic 1. řádu .	171
6.1.2	Numerické řešení diferenciálních rovnic 1. řádu . . . . .	175
6.1.3	Jednokrokové metody . . . . .	178
6.1.4	Vlastnosti jednokrokových metod . . . . .	181
6.1.5	Metody Rungeho-Kutty . . . . .	185
6.1.6	Vícekové metody . . . . .	191
6.1.7	Vlastnosti vícekové metod . . . . .	192
6.1.8	Příklady lineárních vícekové metod . . . . .	195
6.1.9	Tuhé problémy . . . . .	198
6.2	Systémy obyčejných diferenciálních rovnic . . . . .	201
6.3	Diferenciální rovnice vyšších řádů . . . . .	204
	Kontrolní otázky . . . . .	207
<b>7</b>	<b>Numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic</b>	<b>209</b>
7.1	Klasifikace metod . . . . .	209
7.2	Metoda sítí . . . . .	210
7.2.1	Princip metody sítí . . . . .	210
7.2.2	Korektnost, stabilita, aproximace a konvergence . . . . .	212
7.2.3	Náhrada derivací diferencemi . . . . .	214
7.3	Dirichletova úloha pro Poissonovu rovnici . . . . .	215
7.4	Smíšená úloha pro rovnici vedení tepla . . . . .	218
7.5	Smíšená úloha pro vlnovou rovnici . . . . .	224
	Kontrolní otázky . . . . .	233
	<b>Literatura</b>	<b>235</b>
	<b>Rejstřík</b>	<b>241</b>