

**OBSAH**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZNAČEK .....</b>                      | <b>4</b>  |
| <b>PŘEDMLUVA .....</b>                                    | <b>5</b>  |
| <b>I ÚVOD – TEORETICKÉ ZÁKLADY NUMERICKÝCH METOD.....</b> | <b>6</b>  |
| 1.1 Limita a spojitost funkce .....                       | 6         |
| 1.2 Diferencovatelná funkce .....                         | 9         |
| 1.3 Integrály .....                                       | 11        |
| 1.4 Řady .....  | 12        |
| <b>2 ANALÝZA CHYB, PODMÍNĚNOST ÚLOH A STABILITA</b>       |           |
| <b>ALGORITMŮ .....</b>                                    | <b>14</b> |
| 2.1 Diskretizace spojité úlohy .....                      | 14        |
| 2.1.1 Příklady k procvičení.....                          | 16        |
| 2.1.2 Klíč k řešení úloh, výsledky cvičení .....          | 16        |
| 2.2 Chyby v numerických výpočtech .....                   | 16        |
| 2.2.1 Chyby matematického modelu.....                     | 16        |
| 2.2.2 Chyby vstupních údajů.....                          | 17        |
| 2.2.3 Chyby numerické metody .....                        | 17        |
| 2.2.4 Zaokrouhlovací chyby .....                          | 17        |
| 2.2.5 Celková chyba výpočtu .....                         | 18        |
| 2.2.6 Chyby základních aritmetických operací.....         | 19        |
| 2.3 Podmíněnost úloh .....                                | 20        |
| 2.4 Stabilita algoritmů.....                              | 22        |
| 2.5 Příklady k procvičení:.....                           | 22        |
| 2.6 Klíč k řešení úloh, výsledky cvičení .....            | 22        |
| <b>3 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ NELINEÁRNÍCH ROVNIC .....</b>       | <b>23</b> |
| 3.1 Separace kořenů .....                                 | 24        |
| 3.2 Odhad chyby přibližné hodnoty kořene .....            | 26        |
| 3.2.1 Příklady k procvičení.....                          | 28        |
| 3.2.2 Výsledky cvičení .....                              | 28        |
| 3.3 Aproximace kořenů.....                                | 29        |
| 3.3.1 Metoda půlení intervalu (bisekce).....              | 30        |
| 3.3.2 Metoda regula falsi.....                            | 31        |
| 3.3.3 Newtonova metoda tečen.....                         | 34        |
| 3.3.4 Metoda sečen.....                                   | 35        |
| 3.3.5 Metoda prosté iterace.....                          | 38        |
| 3.4 Příklady k procvičení.....                            | 44        |
| 3.5 Příklady z praxe.....                                 | 45        |
| 3.6 Klíč k řešení úloh.....                               | 45        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>NUMERICKÉ ŘEŠENÍ SOUSTAV LINEÁRNÍCH ROVNIC .....</b>                              | <b>46</b>  |
| 4.1      | Soustava lineárních rovnic .....   | 46         |
| 4.1.1    | Základní maticová aritmetika .....   | 47         |
| 4.2      | Přímé metody řešení soustav rovnic.....  | 51         |
| 4.2.1    | Gaussova eliminace .....   | 51         |
| 4.2.2    | Výpočet inverzní matice pomocí Jordanovy modifikace Gaussovy eliminační metody ..... | 53         |
| 4.2.3    | Metoda LU rozkladu .....   | 55         |
| 4.3      | Iterační metody řešení soustavy lineárních rovnic .....                              | 58         |
| 4.3.1    | Normy matic.....   | 58         |
| 4.3.2    | Vlastní čísla matic, spektrální poloměr matice.....                                  | 59         |
| 4.3.3    | Jacobiho metoda .....  | 63         |
| 4.3.4    | Gauss-Seidelova metoda .....   | 65         |
| 4.3.5    | Relaxační metoda.....  | 68         |
| 4.3.6    | Příklady k procvičení.....   | 73         |
| 4.3.7    | Příklady z praxe.....  | 75         |
| 4.3.8    | Klíč k řešení úloh .....   | 76         |
| <b>5</b> | <b>INTERPOLACE A APROXIMACE .....</b>  | <b>77</b>  |
| 5.1      | Polynomiální interpolace.....  | 80         |
| 5.1.1    | Lineární interpolace.....  | 81         |
| 5.1.2    | Zobecnění, Lagrangeův interpolační polynom .....                                     | 82         |
| 5.1.3    | Příklady Lagrangeových polynomů.....   | 83         |
| 5.2      | Newtonův interpolační polynom .....  | 85         |
| 5.2.1    | Aproximační polynom .....  | 86         |
| 5.2.2    | Poměrné diference .....  | 87         |
| 5.2.3    | Newtonův polynom .....   | 87         |
| 5.3      | Aproximace funkcí, metoda nejmenších čtverců .....                                   | 92         |
| 5.3.1    | Obecná formulace úlohy .....   | 92         |
| 5.4      | Aproximace periodických funkcí trigonometrickými polynomy .....                      | 95         |
| 5.4.1    | Obecná periodická funkce.....  | 95         |
| 5.4.2    | Zobecnění.....   | 98         |
| 5.5      | Chyba polynomiální interpolace.....  | 101        |
| 5.6      | Příklady k procvičení.....   | 102        |
| 5.7      | Příklady z praxe.....  | 103        |
| 5.8      | Klíč k řešení úloh .....   | 104        |
| <b>6</b> | <b>NUMERICKÁ INTEGRACE A DERIVACE .....</b>  | <b>105</b> |
| 6.1      | Numerická integrace.....   | 105        |
| 6.1.1    | Obecná formulace úlohy, teoretická východiska .....                                  | 105        |
| 6.1.2    | Newton Cotesovy vzorce uzavřeného typu, odhad chyby.....                             | 106        |
| 6.1.2.1  | Obdélníková metoda.....  | 107        |
| 6.1.2.2  | Lichoběžníková metoda.....   | 110        |
| 6.1.2.3  | Simpsonova metoda .....  | 114        |
| 6.2      | Numerická derivace .....   | 118        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 6.2.1    | Užití interpolace při numerické derivaci.....                                     | 119        |
| 6.2.2    | Metoda neurčitých koeficientů pro numerický výpočet druhé derivace .....          | 120        |
| 6.3      | Příklady k procvičení.....  | 123        |
| 6.4      | Klíč k řešení úloh.....   | 124        |
| <b>7</b> | <b>NUMERICKÉ ŘEŠENÍ DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC .....</b>                              | <b>125</b> |
| 7.1      | Obecná formulace úlohy, teoretická východiska.....                                | 127        |
| 7.2      | Existence a jednoznačnost řešení počátečního problému pro ODR I .....             | 127        |
| 7.3      | Vybrané numerické metody řešení ODR I.....  | 130        |
| 7.3.1    | Jednokrokové metody.....  | 130        |
| 7.3.1.1  | Explicitní Eulerova metoda.....   | 130        |
| 7.3.1.2  | Implicitní Eulerova metoda.....   | 133        |
| 7.3.1.3  | Modifikace Eulerovy metody.....   | 133        |
| 7.3.1.4  | Rungovy-Kuttovy metody.....   | 134        |
| 7.3.2    | Vícekové metody.....  | 137        |
| 7.3.2.1  | Adamsovy explicitní metody.....   | 137        |
| 7.3.2.2  | Adamsovy implicitní metody.....   | 137        |
| 7.3.3    | Metody typu prediktor-korektor.....   | 137        |
| 7.3.4    | Numerické řešení počátečních problémů pro soustavy ODR I a ODR <sub>n</sub> ..... | 138        |
| 7.3.4.1  | Numerické řešení soustav ODR I .....  | 138        |
| 7.3.4.2  | Numerické řešení ODR <sub>n</sub> .....   | 139        |
| 7.3.5    | Řešení ODR pomocí mocninných řad.....   | 140        |
| 7.3.6    | Numerické řešení okrajových problémů pro LODR2 .....                              | 141        |
| 7.3.6.1  | Diferenční metoda.....  | 142        |
| 7.3.6.2  | Konvergence diferenční metody.....  | 143        |
| 7.4      | Příklady k procvičení.....  | 144        |
| 7.5      | Příklady z praxe.....   | 144        |
| 7.6      | Klíč k řešení úloh.....   | 145        |
| <b>8</b> | <b>REFERENCE.....</b>   | <b>146</b> |