

Obsah

PŘEDMLUVA K ČESKÉMU VYDÁNÍ	7
JAK ČÍST TUTO KNIHU?	9
1. ÚVOD	11
1.1. Čím lze matematiku charakterizovat?	11
1.2. Jsou důkazy nutné?	12
1.3. Přísnost důkazů	19
2. COLLEGIUM LOGICUM	22
2.1. Role formální logiky v matematice	22
2.2. Výroky	24
2.3. Spojení výroků	26
2.3.1. Negace: $\text{non } A$	30
2.3.2. Konjunkce: $A \text{ a } B$	31
2.3.3. Disjunkce: $A \text{ nebo } B$	31
2.3.4. Souvislost s algebrou obvodů	32
2.3.5. Implikace: $A \Rightarrow B$	33
2.3.6. Obrácení implikace (konverze)	35
2.3.7. Ekvivalence: $A \Leftrightarrow B$	35
2.4. Logické zákony (tautologie)	38
2.5. Důležitá pravidla logického usuzování	40
2.6. Logické usuzování (výroková logika)	41
2.7. O jednom způsobu uvažování, který nepatří k výrokové logice	43
2.8. Výrokové funkce	43
2.9. Spojování výrokových funkcí	45
2.10. Vztahy k množinové algebře	46
2.11. Kvantifikace	47
2.12. Logické usuzování (predikátová logika)	49
2.13. Matematické věty	51
2.13.1. Odvozování v matematice	51
2.13.2. Věty a jejich obrácení	53
2.13.3. Uzavřené systémy vět	57
2.13.4. Nutné a postačující podmínky	58
3. AXIOMATICKÁ METODA	61
3.1. Důkazy	61
3.2. Vzorový příklad: geometrický důkaz	62
3.3. Axiomatická výstavba	64

3.4.	Dva příklady axiomatického systému	66
3.4.1.	Peanův systém axiomů pro přirozená čísla	66
3.4.2.	Axiomatický systém teorie grup	69
3.5.	Nová pojetí systému axiomů	71
3.6.	Požadavky kladené na systém axiomů	75
3.6.1.	Bezespornost	75
3.6.2.	Úplnost	76
3.6.3.	Nezávislost	77
3.7.	Problémy základů matematiky	79
3.8.	Lyrický exkurs: Hommage à Gödel aneb Pocta Gödelovi	84
3.9.	Axiomatická metoda mimo matematiku	86
4.	DŮKAZY	88
4.1.	Přímé důkazy	88
4.2.	Zpětný úsudek	92
4.3.	Nepřímé důkazy	96
4.3.1.	Reductio ad absurdum	99
4.3.2.	Nepřímé důkazy implikací	100
4.4.	Metoda rozlišovací	103
4.5.	Protipříklady	106
5.	NĚKTERÉ TYPICKÉ MATEMATICKÉ DŮKAZY	110
5.1.	Existenční důkazy	110
5.1.1.	Dirichletův princip	111
5.1.2.	Intuicionismus	112
5.2.	Důkazy nemožnosti	113
5.3.	Důkazy jednoznačnosti	117
6.	INDUKCE JAKO PŘÍKLAD CHARAKTERISTICKÉHO ZPŮSOBU USUZOVÁNÍ V MATEMATICKÝCH DISCIPLÍNÁCH	
7.	VÝHLEDY	127
7.1.	O důkazech	127
7.2.	Malý výlet do psychologie	131
7.3.	Jak matematici nalézají důkazy?	133
7.4.	Falešné úsudky	139
7.5.	Na čem spočívají nesprávné úsudky?	142
7.6.	Paradoxy	145
	ŘEŠENÍ	148
	LITERATURA	158
	REJSTRÍK	159