

# OBSAH

Předmluva .....	11
<b>Kapitola I. Obyčejné diferenciální rovnice – úlohy s počátečními podmínkami</b> .....	13
1 Úvod .....	13
2 Eulerova metoda .....	21
3 Obecná jednokroková metoda .....	33
3.1 Speciální případy .....	34
3.2 Konvergence obecné jednokrokové metody .....	39
3.3 Asymptotický vzorec pro chybu .....	45
3.4 Problematika zaokrouhlovacích chyb .....	48
4 Mnohokrokové metody .....	50
4.1 Speciální případy .....	51
4.1.1 Interpolace při ekvidistantních argumentech .....	51
4.1.2 Adamsova-Bashforthova metoda .....	53
4.1.3 Adamsova-Moultonova metoda .....	56
4.1.4 Nyströmova metoda .....	58
4.1.5 Zobecněná Milnova-Simpsonova metoda .....	58
4.1.6 Metody založené na numerickém derivování .....	59
4.2 Obecná lineární mnohokroková metoda .....	61
4.2.1 Nutné podmínky konvergence .....	63
4.2.2 Postačující podmínky konvergence .....	67
4.2.3 Asymptotický odhad chyby .....	76
4.2.4 Problematika zaokrouhlovacích chyb .....	86
4.2.5 Stabilita při pevném integračním kroku .....	87
4.2.6 Optimální metody .....	88
4.3 Užití lineárních mnohokrokových metod .....	96
4.3.1 Metody prediktor-korektor .....	97
4.3.2 Volba integračního kroku .....	102
4.3.3 Změna integračního kroku .....	104
5 Porovnání mnohokrokových metod a Rungových-Kuttových metod .....	105
6 Soustavy diferenciálních rovnic a Problematika silného tlumení .....	108
6.1 Lineární mnohokrokové metody .....	108
6.2 Rungovy-Kuttovy metody .....	109
6.3 Problematika řešení diferenciálních rovnic se silným tlumením .....	109
Cvičení .....	117
Poznámky k literatuře .....	118
Literatura .....	119
<b>Kapitola II. Obyčejné diferenciální rovnice — okrajové úlohy</b> .....	122
1 Úvod .....	122
2 Metody založené na převodu na úlohy s počátečními podmínkami .....	125
2.1 Metoda střelby .....	125
2.1.1 Okrajová úloha pro lineární rovnici druhého řádu .....	125

## OBSAH

2.1.2 Obecná okrajová úloha .....	127
2.1.3 Obtíže spojené s metodou střelby .....	128
2.1.4 Střelba na více cílů .....	130
2.2 Metoda přesunu okrajové podmínky .....	131
2.2.1 Diferenciální rovnice druhého řádu .....	131
2.2.2 Obecná soustava lineárních diferenciálních rovnic .....	138
2.2.3 Svázané a integrální okrajové podmínky .....	140
2.2.4 Obtíže spojené s metodou přesunu okrajové podmínky .....	141
2.3 Metoda normalizovaného přesunu .....	142
2.3.1 Diferenciální rovnice druhého řádu .....	142
2.3.2 Obecná soustava lineárních diferenciálních rovnic .....	156
3 Metoda sítí .....	162
3.1 Monotonné matice .....	163
3.2 Lineární diferenciální rovnice druhého řádu .....	167
3.2.1 Sestavení diferenčních rovnic .....	167
3.2.2 Konvergence .....	178
3.2.3 Řešení vzniklých soustav lineárních rovnic .....	190
3.3 Lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu .....	195
3.3.1 Sestavení diferenčních rovnic .....	197
3.3.2 Konvergence .....	200
3.3.3 Řešení vzniklých soustav .....	203
3.4 Nelineární diferenciální rovnice .....	204
3.4.1 Sestavení diferenčních rovnic a jejich řešitelnost .....	207
3.4.2 Konvergence .....	211
4 Variační metody .....	213
4.1 Variační formulace okrajových úloh .....	214
4.1.1 Lineární diferenciální rovnice druhého řádu .....	214
4.1.2 Lineární diferenciální rovnice vyšších řádů .....	220
4.1.3 Jiné typy okrajových podmínek .....	221
4.2 Základní přibližné metody .....	222
4.2.1 Ritzova metoda .....	222
4.2.2 Galerkinova metoda .....	224
4.3 Metoda konečných prvků .....	225
4.3.1 Aproximace po částech lineárními funkcemi .....	226
4.3.2 Aproximace Hermitova typu .....	230
4.3.3 Některé praktické otázky spojené s metodou končených prvků .....	235
Cvičení .....	237
Poznámky k literatuře .....	239
Literatura .....	240
<b>Kapitola III. Parciální diferenciální rovnice eliptického typu .....</b>	<b>242</b>
1 Úvod .....	242
2 Metoda sítí .....	245
2.1 Lineární rovnice druhého řádu .....	245
2.1.1 Sestavení diferenčních rovnic .....	245
2.1.2 Přepis okrajových podmínek a konvergence vzniklých metod .....	253
2.1.3 Metody zvýšené přesnosti, jiné tvary sítí .....	265
2.2 Lineární rovnice čtvrtého řádu .....	266
2.3 Řešení vzniklých soustav lineárních rovnic .....	272
2.3.1 Přímé metody .....	274
2.3.2 Iterační metody .....	277
2.4 Obecné otázky konvergence a odhadů chyb při metodě sítí .....	286
2.4.1 Základní pojmy teorie diferenčních schémat .....	286
2.4.2 Obecné věty o konvergenci metody sítí .....	288
3 Variační metody .....	292
3.1 Variační formulace okrajových úloh .....	293
3.1.1 Diferenciální rovnice druhého řádu .....	293
3.1.2 Diferenciální rovnice čtvrtého řádu .....	297
3.1.3 Jiné typy okrajových podmínek, nehomogenní okrajové podmínky .....	298

3.2 Základní přibližné metody .....	299
3.2.1 Ritzova metoda .....	299
3.2.2 Galerkinova metoda .....	300
4 Metoda konečných prvků .....	301
4.1 Trojúhelníkové prvky .....	304
4.1.1 Lineární Lagrangeův prvek .....	304
4.1.2 Kvadratický Lagrangeův prvek .....	312
4.1.3 Kubický Lagrangeův prvek .....	315
4.1.4 Obecný Lagrangeův prvek .....	317
4.1.5 Hermitův prvek .....	318
4.1.6 Prostory konečných prvků pro řešení diferenciálních rovnic čtvrtého rádu ..	319
4.2 Čtyřúhelníkové prvky .....	321
4.2.1 Obdélníkové Lagrangeovy prvky .....	321
4.2.2 Obdélníkové Hermitovy prvky .....	323
4.3 Algoritmické otázky spojené s metodou končených prvků .....	323
Cvičení .....	324
Poznámky k literatuře .....	325
Literatura .....	326
<b>Kapitola IV. Parciální diferenciální rovnice parabolického typu .....</b>	<b>330</b>
1 Úvod .....	330
2 Metoda sítí .....	331
2.1 Rovnice pro vedení tepla v jedné prostorové proměnné .....	332
2.1.1 Explicitní a implicitní metoda .....	332
2.1.2 Crankovo-Nicolsonovo schéma .....	341
2.2 Obecná parabolická rovnice v jedné prostorové proměnné .....	350
2.2.1 Odvození metody .....	351
2.2.2 Konvergence, speciální případy .....	356
2.2.3 Konvergence, obecný případ .....	359
2.3 Dvou- a vícedimenziorní parabolické rovnice .....	376
2.3.1 Základní metody .....	376
2.3.2 Metody střídavých směrů .....	382
2.3.3 Lokálně jednorozměrné metody .....	386
3 Semidiskrétní metody .....	387
3.1 Metoda přímek .....	388
3.1.1 Klasická metoda přímek .....	388
3.1.2 Numerovova metoda .....	391
3.2 Semidiskrétní metody Galerkinova typu .....	392
3.3 Metody Rotheova typu .....	400
Cvičení .....	403
Poznámky k literatuře .....	404
Literatura .....	404
Rejstřík .....	407