

# Obsah

<b>1</b>	<b>Numerická matematika</b>	<b>5</b>
1.1	Reprezentace čísel . . . . .	5
1.1.1	Dvojková soustava . . . . .	5
1.1.2	Celá čísla . . . . .	6
1.1.3	Reálná čísla . . . . .	7
1.2	Počítačová aritmetika . . . . .	9
1.2.1	Srovnávání reálných čísel . . . . .	10
1.2.2	Hornerovo schéma . . . . .	11
1.2.3	Výpočet mocniny . . . . .	12
1.3	Cvičení . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Lineární algebra</b>	<b>13</b>
2.1	Řešení soustav lineárních rovnic . . . . .	13
2.1.1	Přímé metody . . . . .	14
2.1.2	Iterační metody . . . . .	16
2.2	Cvičení . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Aproximace a interpolace</b>	<b>21</b>
3.1	Interpolace . . . . .	22
3.1.1	Lineární interpolace . . . . .	22
3.1.2	Interpolace polynomem . . . . .	23
3.1.3	Lagrangeova metoda . . . . .	25
3.1.4	Newtonova metoda . . . . .	26
3.1.5	Kubické spliny . . . . .	27
3.2	Aproximace . . . . .	29
3.2.1	Aproximace metodou nejmenších čtverců . . . . .	29
3.2.2	Čebyševova aproximace . . . . .	32
3.3	Vícerozměrná interpolace . . . . .	36
3.3.1	Bilineární interpolace . . . . .	36
3.4	Cvičení . . . . .	37

<b>4</b>	<b>Integrace a derivování</b>	<b>39</b>
4.1	Kvadraturní vzorce . . . . .	39
4.1.1	Newtonovy-Cotesovy vzorce . . . . .	39
4.1.2	Odhad chyby . . . . .	45
4.1.3	Gaussovy vzorce . . . . .	46
4.2	Rombergova kvadratura . . . . .	47
4.2.1	Rombergův kvadraturní vzorec . . . . .	47
4.3	Adaptivní metody . . . . .	48
4.4	Derivování . . . . .	49
4.5	Cvičení . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Řešení nelineárních rovnic</b>	<b>53</b>
5.1	Řešení nelineárních rovnic . . . . .	53
5.1.1	Metoda půlení intervalu . . . . .	54
5.1.2	Metoda jednoduché iterace . . . . .	54
5.1.3	Newtonova metoda . . . . .	55
5.1.4	Metoda sečen . . . . .	55
5.1.5	Metoda regula falsi . . . . .	56
5.1.6	Násobné kořeny . . . . .	56
5.1.7	Aitkenův $\delta^2$ -proces . . . . .	57
5.1.8	Soustavy rovnic . . . . .	58
5.2	Cvičení . . . . .	59
5.3	Hledání minima a maxima . . . . .	59
5.3.1	Metoda zlatého řezu . . . . .	59
<b>6</b>	<b>Řešení obyčejných diferenciálních rovnic</b>	<b>63</b>
6.1	Chyby . . . . .	64
6.2	Rungovy-Kuttovy metody . . . . .	65
6.2.1	Eulerova metoda . . . . .	65
6.2.2	Modifikace Eulerovy metody . . . . .	66
6.2.3	Rungovy-Kuttovy metody . . . . .	66
6.3	Mnohokrokové metody . . . . .	67
6.3.1	Metoda středního bodu . . . . .	67
6.3.2	Mnohokrokové metody . . . . .	67
6.3.3	Metody prediktor-korektor . . . . .	68
6.4	Příklad – pohyb planety . . . . .	69
6.5	Cvičení . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Parciální diferenciální rovnice</b>	<b>71</b>
7.1	Parabolické rovnice . . . . .	71
7.2	Metoda sítí pro parabolické rovnice . . . . .	73
7.2.1	Explicitní metoda . . . . .	74
7.2.2	Implicitní metoda . . . . .	75

7.2.3	Crankovo-Nicholsonovo schéma . . . . .	76
7.3	Hyperbolické rovnice . . . . .	77
7.4	Metoda sítí pro hyperbolické rovnice . . . . .	77
7.4.1	Explicitní metoda . . . . .	77
7.4.2	Crankovo-Nicholsonovo schéma . . . . .	79
7.5	Eliptické rovnice . . . . .	79
7.6	Metoda sítí pro eliptické rovnice . . . . .	80
<b>8</b>	<b>Závěr</b> . . . . .	<b>83</b>
8.1	Numerický software . . . . .	83
8.1.1	Numerické knihovny . . . . .	84
8.2	Seznam programů . . . . .	84
8.3	Literatura . . . . .	85

Celá řada úloh, které se vyskytují v matematice, není analyticky řešitelná nebo je řešení přímého řešení příliš obtížné. Numerická matematika se snaží nalézt v těchto případech řešení přibližně.

Cílem těchto skript je vysvětlit základní algoritmy numerické matematiky tak, aby bylo možno základní algoritmy naprogramovat. Algoritmy lze také nalézt v knihovněch numerického softwaru, pro správné používání těchto algoritmů je však třeba chápat, jak fungují.

## 1.1 Reprézentace čísel

Čísla se kterými pracujeme v počítači se liší od čísel se kterými pracujeme v matematice. Hlavním rozdílem je omezený rozsah počítačových čísel a jejich omezená přesnost.

### 1.1.1 Dvojková soustava

Celá i reálná čísla jsou v počítači uložena ve dvojkové soustavě. Jednotlivé číslice z dvojkového zápisu čísla  $x$  se získají rovnícou

$$x = \sum x_i 2^i \quad (1.1)$$

Například číslo 20 je ve dvojkové soustavě 11010

$$20_{10} = 16 + 3 + 2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 11010_2$$

Stejným způsobem se převádí do dvojkové soustavy i reálná čísla. Například číslo 6.75 je ve dvojkové soustavě 110.11

$$6.75_{10} = 4 + 2 + 0.5 + 0.25 = 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 110.11_2$$