

Obsah

Předmluva	3
1 Komplexní čísla	7
1 Úvod	7
2 Množina komplexních čísel	7
3 Cvičení	17
2 Holomorfní funkce	27
1 Funkce komplexní proměnné	27
2 Cauchy-Riemannovy podmínky	29
3 Elementární funkce	34
4 Vícehodnotové funkce	36
5 Cvičení	39
3 Integrální reprezentace holomorfní funkce	47
1 Křivkový integrál komplexní funkce	47
2 Cauchyova věta	52
3 Cauchyův integrální vzorec	56
4 Liouvilleova věta, Základní věta algebry a Princip maxima	58
5 Cvičení	63
4 Reprezentace mocninnou řadou	69
1 Mocninné řady	69
2 Derivace a jednoznačnost mocninných řad.	80
3 Rozvoj holomorfní funkce v mocninnou řadu	85
4 Cvičení.	94
5 Reprezentace Laurentovou řadou	101
1 Úvod	101
2 Laurentovy řady	102
3 Cvičení	111
6 Singularity holomorfních funkcí a reziduum	125
1 Úvod	125
2 Izolované singulární body a jejich klasifikace	125
3 Reziduum funkce	133
4 Cvičení	140

7	Reziduová věta	153
1	Úvod	153
2	Reziduová věta	153
3	Výpočet určitých integrálů pomocí reziduové věty	157
4	Výpočet součtu řad pomocí reziduové věty	164
5	Cvičení	168
A	Funkce $\Gamma(z)$	177
1	Úvod	177
2	Funkce $\Gamma(z)$ a její základní vlastnosti	177

1 Úvod

První zmínky o komplexních číslech lze vysledovat na počátku 16. století. Italský matematik, lékař a astrolog Gerolamo Cardano (1501 - 1576) s nimi pracoval ve svých literárních dílech, ale jeho práce nezabrázilo v náležitých správných vuzurů pro řešení kvadratické a kubické rovnice. Řešení, která vyřadila odmítala záporných čísel však nepovažoval Cardano za skutečné řešení. Odborný přístup ke komplexním řešením rovnice trval ještě dlouho. René Descartes (1596 - 1650) nazýval (možná s nadsázkou ironie) takováto řešení „imaginární“, a to jen výjimečně. Rovněž Leonard Euler (1707 - 1783) považoval komplexní řešení rovnice pouze k tomu, aby demonstrovat, že rovnice ve skutečnosti žádné řešení nemá. Teprve Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855) odmytil komplexní čísla z matematické konvulze a zavedl je jako součást, který matematik, fyzik a astronom. William Rowan Hamilton (1805 - 1865) pak popsal komplexní čísla jako dvojice reálných čísel a je jim přiřadil základními operacemi. Poznamenal, že Hamilton se nezastavil jen u dvojce, ale navrhl ještě obecnější strukturu tzv. kvaterniony, což jsou čtveřice reálných čísel s rovněž definovanými sčítáním a násobením. Naše definice komplexních čísel je v podstatě Hamiltonova.

2 Množina komplexních čísel

Při studiu komplexních čísel se často můžeme setkat s následujícím postupem:

Definice $j = \sqrt{-1}$. Komplexní číslo je pak $x + jy$, kde $x, y \in \mathbb{R}$.

Tento postup má však jednu slabost. Symbol $\sqrt{-1}$ nemá v oboru reálných čísel smysl. Dostává se až v komplexních číslech, tj. po té, co jsou komplexní čísla zavedena. Než jsou komplexní čísla popsána, jak bychom mohli říci, definovat. Mělo by se teoreticky stát, že kdybychom k reálným číselům přidali nějaký objekt „j“ s vlastností $j \cdot j = -1$, dostali bychom se po chvíli podobně do situace. Předtím, než bychom existenci systému, v jehož rámci $\sqrt{-1}$ získává smysl.

Závazky v daném případě abstraktního modelu, který se v zásadě může být tím, co