

Obsah

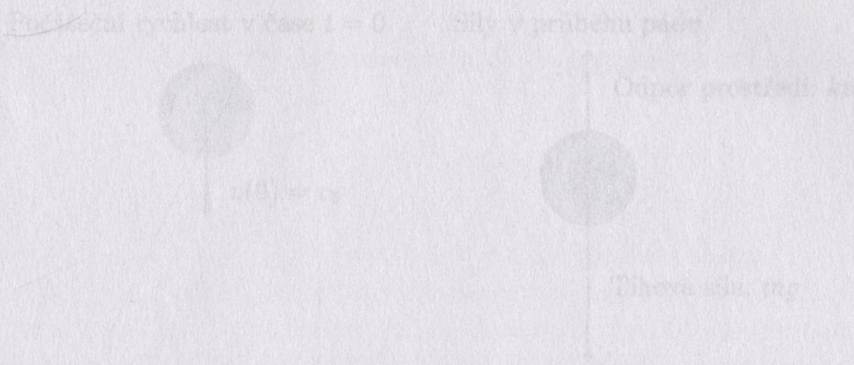
I	Obyčejné diferenciální rovnice	6
1	Úvodní motivační příklad	7
2	Diferenciální rovnice — základní pojmy	11
3	Obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu	14
3.1	Geometrická interpretace obyčejné diferenciální rovnice 1. řádu — směrové pole	15
3.2	Existence a jednoznačnost řešení Cauchyovy úlohy	17
4	Vybrané elementární metody řešení obyčejných diferenciálních rovníc prvního řádu	22
4.1	Separace proměnných	22
4.2	Užití substitucí	27
4.2.1	Rovnice typu $y' = f(\alpha t + \beta y + \gamma)$	27
4.2.2	Rovnice typu $y' = F\left(\frac{y}{t}\right)$, tzv. homogenní rovnice	30
4.2.3	Rovnice typu $y' = f\left(\frac{\alpha_1 t + \beta_1 y + \gamma_1}{\alpha_2 t + \beta_2 y + \gamma_2}\right)$	33
4.2.4	Snížení řádu diferenciální rovnice	35
5	Lineární diferenciální rovnice 1. řádu (LDR _{1.ř})	38
6	Lineární diferenciální rovnice 2. řádu (LDR _{2.ř})	42
6.1	Linearita rovnic	43
6.2	Vlastnosti homogenních rovnic (HLDR _{2.ř})	44
6.3	Homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu (HLDR _{2.ř}) s konstantními koeficienty	48
6.4	Nehomogenní lineární diferenciální rovnice 2. řádu (NHLDR _{2.ř})	52
6.4.1	Metoda variace konstant pro NHLDR _{2.ř}	53
6.4.2	Metoda neurčitých koeficientů pro NHLDR _{2.ř} s konstant- ními koeficienty	60
II	Diferenční rovnice	67
7	Úvodní motivační příklad	68
8	Diferenční rovnice — základní pojmy	71

9	Lineární diferenční rovnice prvního řádu	73
9.1	Důležité speciální případy	74
10	Lineární diferenční rovnice druhého řádu	78
10.1	Diferenční počet	78
10.2	Obecná teorie lineárních diferenčních rovnic druhého řádu	79
10.3	Lineární homogenní rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty	84
10.4	Lineární nehomogenní rovnice druhého řádu	88
10.5	Lineární nehomogenní rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty — metoda neurčitých koeficientů	90
	Literatura	95

Než si přesně zadefiniujeme, co to vlastně obyčejná diferenční rovnice jsou, uvedeme si dva ilustrační příklady.

Příklad 1.1 (Vrh tělesa svisle dolů). Těleso o hmotnosti m vzhledem k zemi padá s počáteční rychlostí v_0 a podléhá konstantní síle $F = mg$ (kde g je tíhová zrychlení) v následujícím čase $t \geq 0$, jestliže počítáme s odporem vzduchu a konstantním k .

Řešení. Na padající těleso působí zemská tíže (svisle dolů) a odpor vzduchu (svisle nahoru). Zároveň zemská tíže porážkuje se konstantní rychlostí, tak odpor vzduchu závisí přímo úměrně na aktuální rychlosti. Síle F působící na těleso nazýváme



Obrázek 1: Grafické znázornění situace padajícího tělesa.

Působí na těleso působí nějaká mřížová síla, udělují mu zrychlení. Závislost této síly F hmotnosti tělesa m a jeho zrychlení a popisuje druhý Newtonův zákon.

$$m \cdot a = F$$

Samotná síla m je dána, zrychlení $a = \frac{dv}{dt}$ vypočítáme jako derivaci aktuální rychlosti a $F = mg - kv$ je součet uvažovaných sil (síla působící směrem k Zemi