

# OBSAH

Předmluva . . . . .	9
1. DETERMINANTY . . . . .	11
1.1. Determinanty 2. řádu . . . . .	11
1.1.1. Soustava dvou lineárních rovnic o dvou neznámých . . . . .	11
Základní pojmy . . . . .	11
1.1.2. Determinanty 2. řádu . . . . .	15
1.1.3. Vlastnosti determinantů 2. řádu . . . . .	19
1.1.4. Vyloučení jedné neznámé ze soustavy dvou rovnic o libovolném počtu neznámých . . . . .	23
1.2. Determinanty 3. řádu . . . . .	25
1.2.1. Soustava tří lineárních rovnic o třech neznámých . . . . .	25
1.2.2. Determinanty 3. řádu . . . . .	26
1.2.3. Vlastnosti determinantů 3. řádu . . . . .	32
1.2.4. Subdeterminanty a algebraické doplňky determinantů 3. řádu . . . . .	34
1.2.5. Vyloučení dvou neznámých ze soustavy tří rovnic o libovolném počtu neznámých . . . . .	39
1.3. Determinanty $n$ -tého řádu . . . . .	42
1.3.1. Determinanty 4. řádu. Společné rysy definice determinantů 2., 3. a 4. řádu . . . . .	42
1.3.2. Determinanty $n$ -tého řádu . . . . .	51
1.3.3. Vlastnosti determinantů $n$ -tého řádu . . . . .	56
1.3.4. Subdeterminanty a algebraické doplňky $(n - 1)$ -tého řádu determinantů $n$ -tého řádu . . . . .	62
1.3.5. Rozvinutí determinantu podle prvků jeho jedné řady . . . . .	70
1.3.6. Cramerovo pravidlo . . . . .	73
1.4. Laplaceova věta. Součin determinantů . . . . .	78
1.4.1. Subdeterminanty a algebraické doplňky $k$ -tého řádu determinantu $n$ -tého řádu . . . . .	78
1.4.2. Laplaceova věta . . . . .	79
1.4.3. Součin determinantů . . . . .	85
1.5. Praktické metody výpočtu determinantů . . . . .	90
1.5.1. Numerický výpočet determinantů . . . . .	90
1.5.2. Výpočet determinantů s obecnými prvky . . . . .	101
2. GAUSSOVA ELIMINAČNÍ METODA ŘEŠENÍ SOUSTAV LINEÁRNÍCH ROVNIC . . . . .	107
3. VEKTOROVÝ PROSTOR A ZÁKLADNÍ POJMY TEORIE MATIC . . . . .	113
3.1. Základní pojmy o vektorech jako uspořádaných $n$ -číslicích . . . . .	113
3.1.1. Pojem číselného vektoru . . . . .	113
3.1.2. Základní početní operace s číselnými vektory . . . . .	114
3.1.3. Vlastnosti součtu číselných vektorů a součinu číselného vektoru a čísla . . . . .	116
3.2. Soustavy číselných vektorů . . . . .	117
3.2.1. Lineární kombinace vektorů . . . . .	117
3.2.2. Lineární závislost a lineární nezávislost vektorů . . . . .	122
3.2.3. Báze soustavy vektorů . . . . .	129

3.3. Základní pojmy teorie matic . . . . .	135
3.3.1. Pojem matice. Druhy matic . . . . .	135
3.3.2. Hodnost matice . . . . .	141
3.3.3. Základní algebraické operace s maticemi . . . . .	149
Násobení matice číslem . . . . .	149
Sčítání a odčítání matic . . . . .	150
Násobení matic . . . . .	153
Mocniny matic a polynom matice . . . . .	161
Souměrné matice . . . . .	162
Vlastnosti součinu matic. Nulové dělitelé matice . . . . .	164
Hodnost součinu dvou matic . . . . .	167
Kontrola správnosti součinu matic . . . . .	169
3.3.4. Matice inverzní k dané matici . . . . .	172
3.3.5. Inverze čtvercových matic . . . . .	174
3.3.6. Matice elementárních úprav . . . . .	180
3.3.7. Gaussova metoda inverze matic . . . . .	183
3.4. Vektorový prostor . . . . .	187
3.4.1. Základní definice . . . . .	187
3.4.2. Izomorfismus . . . . .	190
3.4.3. Podprostory vektorového prostoru . . . . .	191
3.4.4. Transformace souřadnic při změně báze vektorového prostoru . . . . .	194
Sovislost mezi dvěma bázemi téhož prostoru . . . . .	194
Transformace souřadnic vektorů . . . . .	198
3.5. Euklidovský prostor . . . . .	208
3.5.1. Skalární součin dvou vektorů. Definice euklidovského prostoru . . . . .	208
3.5.2. Délka vektoru. Úhel dvou vektorů . . . . .	210
3.5.3. Ortogonalita vektorů . . . . .	212
3.5.4. Ortogonální báze . . . . .	213
3.5.5. Kolmice z bodu na daný podprostor . . . . .	216
3.5.6. Izomorfismus euklidovských prostorů . . . . .	220
3.5.7. Gramův determinant . . . . .	222
4. OBECNÉ SOUSTAVY LINEÁRNÍCH ROVNIC . . . . .	226
4.1. Konzistence obecných soustav . . . . .	226
4.2. Soustavy nehomogenních rovnic . . . . .	227
4.3. Soustavy homogenních rovnic . . . . .	231
5. SOUSTAVY LINEÁRNÍCH NEROVNOSTÍ . . . . .	236
5.1. Základní pojmy . . . . .	236
5.1.1. Soustavy lineárních nerovností o jedné neznámé . . . . .	236
Jedna nerovnost o jedné neznámé . . . . .	236
Soustava dvou lineárních nerovností o jedné neznámé . . . . .	237
Soustava $n(n > 2)$ lineárních nerovností o jedné neznámé . . . . .	237
5.1.2. Soustavy lineárních nerovností o dvou neznámých . . . . .	239
Jedna nerovnost o dvou neznámých . . . . .	239
Soustava $n$ -nerovností o dvou neznámých . . . . .	241
5.2. Několik pojmů z geometrie $n$ -rozměrných prostorů . . . . .	243
5.2.1. Nadroviny $n$ -rozměrného (geometrického) prostoru . . . . .	243
5.2.2. Přímky a úsečky v $n$ -rozměrném prostoru . . . . .	245

5.2.3. Pojem konvexního tělesa . . . . .	247
5.2.4. Poloprostory $n$ -rozměrného prostoru . . . . .	248
5.3. Obecné soustavy lineárních nerovností . . . . .	251
<b>6. KONVEXNÍ MNOŽINY . . . . .</b>	<b>253</b>
6.1. Pojem konvexní množiny . . . . .	253
6.2. Některé speciální konvexní množiny . . . . .	257
6.3. Konvexní množiny a lineární programování . . . . .	261
<b>7. LINEÁRNÍ OPERÁTORY . . . . .</b>	<b>267</b>
7.1. Funkce vektorového argumentu . . . . .	267
Funkcionál . . . . .	267
Lineární operátor . . . . .	268
7.2. Matice lineárního operátoru . . . . .	268
7.3. Základní početní operace s lineárními operátory . . . . .	269
Inverzní operátor . . . . .	271
7.4. Polynom operátoru a polynom matice (operátoru) . . . . .	271
7.5. Souvislost mezi maticemi operátoru při různých bázích . . . . .	272
Podobné matice . . . . .	273
7.6. Charakteristické vektory a charakteristická čísla matice (operátoru) . . . . .	274
7.7. Cayleyova—Hamiltonova věta a její užití . . . . .	284
7.7.1. Cayleyova—Hamiltonova věta . . . . .	284
7.7.2. Užití Cayleyovy—Hamiltonovy věty k inverzi matic . . . . .	286
7.7.3. Charakteristická čísla maticových polynomů . . . . .	288
7.8. Výpočet charakteristických polynomů a charakteristických čísel matic . . . . .	290
7.8.1. Výpočet charakteristických polynomů matice. Krylova metoda . . . . .	290
Metoda neurčitých koeficientů . . . . .	292
Le Verrierova metoda . . . . .	293
7.8.2. Výpočet charakteristických čísel . . . . .	294
<b>8. MATICE . . . . .</b>	<b>299</b>
8.1. Maticové rovnice . . . . .	299
8.1.1. Maticové rovnice s jednou neznámou maticí . . . . .	299
8.1.2. Lineární soustavy maticových rovnic . . . . .	301
8.2. Rozdělené matice . . . . .	305
8.2.1. Pojem rozdělené matice . . . . .	305
8.2.2. Základní početní operace s rozdělenými maticemi . . . . .	307
8.2.3. Inverze matic jako rozdělených matic . . . . .	309
8.3. Některé rozklady matic a jejich užití k inverzi . . . . .	316
8.3.1. Inverze trojúhelníkové matice . . . . .	316
8.3.2. Rozklad dané regulární matice v součin dvou trojúhelníkových matic . . . . .	319
8.3.3. Inverze matic po rozkladu v součin dvou trojúhelníkových matic . . . . .	325
8.3.4. Inverze matic lišících se prvky jedné řady . . . . .	329
8.3.5. Součinný tvar inverzní matice . . . . .	332
8.4. Řady matic . . . . .	337

8.4.1. Modul a norma matice . . . . .	337
8.4.2. Limita posloupnosti matic . . . . .	341
8.4.3. Řady matic . . . . .	342
8.4.4. Řady mocnin matic . . . . .	344
8.4.5. Zpřesnění prvků inverzní matice vypočtených přibližně . . . . .	346
Výsledky cvičení . . . . .	352
Literatura . . . . .	362
Rejstřík . . . . .	363