

OBSAH

Předmluva	11
-----------------	----

I. ÚVOD

1. Předmět a obsah matematické analýzy	13
1.1. Příklady užití matematické analýzy	13
1.2. Stručně o vzniku a vývoji matematické analýzy	14
1.3. Matematická analýza v současné době	15
2. Přehled užívaných základních pojmů	16
2.1. Množiny	16
2.2. Výroky	18
2.3. Výrokové formy	20
2.4. Kvantifikátory	21
2.5. Relace	21
2.6. Zobrazení	22
2.7. Mohutnost množin	24
Cvičení	25
3. Matematická teorie, její výstavba a studium	27
3.1. Deduktivní metoda	27
3.2. Základní prvky matematické teorie	28
Cvičení	31

II. REÁLNÁ A KOMPLEXNÍ ČÍSLA

1. Operace a uspořádání v oboru reálných čísel	32
1.1. Úvodní poznámky	32
1.2. Algebraické operace v \mathbf{R}	33
1.3. Zkrácené psaní součtů a součinů	36
1.4. Uspořádání v oboru reálných čísel	38
1.5. Intervaly, absolutní hodnota	40
Cvičení	43
2. Věta o supremu a infimu a její důsledky	44
2.1. Souvislost v oboru reálných čísel	44
2.2. Věta o supremu a infimu	46
2.3. Princip vložených intervalů	48
2.4. Mocniny a odmocniny	48
Cvičení	51

3. Topologie číselné osy. Rozšířená reálná osa	52
3.1. Okolí bodu	52
3.2. Vztah bodu a množiny v \mathbf{R}	54
3.3. Relativní okolí. Právě a levé okolí bodu	55
3.4. Rozšířená reálná osa	56
Cvičení	58
4. Posloupnosti reálných čísel	58
4.1. Pojem reálné posloupnosti	58
4.2. Některé vlastnosti posloupností. Operace s posloupnostmi	59
4.3. Limita posloupnosti	60
4.4. Základní vlastnosti limit posloupností	62
4.5. Operace s posloupnostmi a limitami. Nerovnosti a limity	63
4.6. Limita monotónní posloupnosti. Číslo e	67
4.7. Aproximace reálných čísel desetinnými racionálními čísly. Nespočetnost množiny \mathbf{R}	71
Cvičení	74
5. Obor komplexních čísel	74
5.1. Operace s komplexními čísly	74
5.2. Geometrický model množiny komplexních čísel	75
5.3. Absolutní hodnota a argument komplexního čísla	76
*5.4. Posloupnosti komplexních čísel	79
Cvičení	80

III. LIMITA A SPOJITOST FUNKCE

1. Reálné funkce	82
1.1. Pojem funkce	82
1.2. Graf funkce. Různé způsoby zadání funkce	83
1.3. Některé zvláštní vlastnosti funkcí	87
1.4. Operace s funkcemi. Uspořádání	90
1.5. Elementární funkce	95
1.6. Zobrazení v jiných strukturách	113
Cvičení	115
2. Limita funkce	117
2.1. Úvod	117
2.2. Definice limity a základní vlastnosti	120
2.3. Jednostranné limity	125
2.4. Věty o limitách, výpočet limit	127
Cvičení	140
3. Spojitost funkce	141
3.1. Definice a základní vlastnosti	141
3.2. Jednostranná spojitost. Body nespojitosti	144
3.3. Vlastnosti spojitých funkcí na intervalu	147
Cvičení	156

IV. DERIVACE FUNKCE

1. Definice a základní vlastnosti	157
1.1. Úlohy vedoucí k pojmu derivace	157

1.2. Definice derivace	158
1.3. Tečna a normála grafu funkce	160
1.4. Derivace funkce na množině	161
1.5. Jednostranné derivace funkce v bodě	161
Cvičení	163
2. Výpočet derivace funkce	164
2.1. Pravidla pro počítání s derivacemi	164
2.2. Derivace inverzní funkce	166
2.3. Derivace složené funkce	167
3. Derivování elementárních funkcí	169
3.1. Derivace základních elementárních funkcí	169
3.2. Příklady na výpočet derivace	173
3.3. Tabulka vzorců pro derivace základních elementárních funkcí	175
Cvičení	176
4. Diferenciál funkce	177
4.1. Pojem diferenciálu	177
4.2. Diferencovatelnost funkce	178
4.3. Užití diferenciálu k přibližným výpočtům	180
Cvičení	181
5. Derivace a diferenciály vyšších řádů	182
5.1. Pojem derivace vyššího řádu	182
5.2. Pojem diferenciálu vyššího řádu	184
Cvičení	185
6. Základní věty diferenciálního počtu	186
6.1. Věta o největší (nejmenší) hodnotě funkce	186
6.2. Věty o střední hodnotě	186
6.3. Některé důsledky Lagrangeovy věty	189
6.4. L'Hospitalovo pravidlo	191
Cvičení	196
7. Taylorův vzorec	197
7.1. Taylorův a Maclaurinův polynom	197
7.2. Taylorova věta	200
7.3. Užití Taylorova vzorce na elementární funkce	204
Cvičení	207

V. APLIKACE DIFERENCIÁLNÍHO POČTU

1. Průběh funkce	208
1.1. Monotonie funkcí	208
1.2. Lokální extrémů funkcí	209
1.3. Absolutní extrémů funkcí	212
Cvičení	214
1.4. Konvexní a konkávní funkce	215
1.5. Inflexe a inflexní body	220
Cvičení	222
1.6. Použití derivací vyšších řádů k lokálnímu vyšetřování průběhu funkce	222

1.7. Asymptoty grafu funkce	224
Cvičení	227
1.8. Celkové vyšetření průběhu funkce. Příklady	228
Cvičení	233
2. Užití diferenciálního počtu v geometrii	233
2.1. Křivka v rovině	233
2.2. Rovnice křivky v polárních souřadnicích	238
2.3. Některé důležité křivky	239
2.4. Funkce daná parametricky	241
2.5. Vyšetřování průběhu rovinné křivky dané parametricky	245
*2.6. Kružnice křivosti rovinné křivky	247
Cvičení	252

VI. PRIMITIVNÍ FUNKCE

1. Definice a základní vlastnosti	253
1.1. Motivace	253
1.2. Definice primitivní funkce	253
1.3. Poznámky k definici	254
2. Výpočet primitivní funkce	255
2.1. Existence a další vlastnosti primitivní funkce	255
2.2. Integrace metodou per partes	258
2.3. Integrace substituční metodou	260
Cvičení	262
3. Integrace racionální funkce	264
3.1. Integrály parciálních zlomků	264
3.2. Rozklad racionální lomené funkce na parciální zlomky	266
3.3. Příklady integrace racionálních funkcí	270
Cvičení	271
4. Integrály některých dalších elementárních funkcí	272
4.1. Integrály některých iracionálních funkcí	272
4.2. Integrály některých goniometrických funkcí	275
4.3. Integrály tvaru $\int R(e^{ax}) dx$, kde $R(u)$ je racionální funkce proměnné u	281
4.4. Integrály tvaru $\int [R(\ln x)/x] dx$, kde $R(u)$ je racionální funkce proměnné u	281
Cvičení	282
5. Doplňky a poznámky	283
5.1. Elementárnost primitivní funkce	283
5.2. Zobecnění pojmu primitivní funkce	284
5.3. Integrál komplexní funkce reálné proměnné	284
Cvičení	286

VII. URČITÝ INTEGRÁL

1. Definice určitého integrálu	287
1.1. O jedné úloze vedoucí k pojmu určitého integrálu	287
1.2. Součtová definice integrálu	289

1.3. Newtonův-Leibnizův vzorec	292
Cvičení	294
2. Integrovatelné funkce. Vlastnosti integrálu	294
2.1. Podmínky integrovatelnosti	294
2.2. Některé množiny integrovatelných funkcí	298
2.3. Vlastnosti integrálu	300
2.4. Integrál jako funkce horní meze	308
2.5. Určitý integrál komplexní funkce reálné proměnné	311
Cvičení	312
3. Výpočet určitého integrálu	312
3.1. Metoda per partes pro určité integrály	312
3.2. Substituční metoda pro určité integrály	314
*3.3. Přibližný výpočet integrálu	316
Cvičení	318
4. Aplikace určitého integrálu	319
4.1. Obsah rovinného geometrického útvaru	319
4.2. Objem rotačního tělesa	323
4.3. Délka křivky	326
4.4. Obsah rotační plochy	333
4.5. Aditivní funkce intervalu	336
4.6. Statické momenty a těžiště	340
4.7. Některé další příklady užití integrálu ve fyzice	345
Cvičení	348
5. Nevlastní integrály	350
5.1. Definice a základní vlastnosti	350
5.2. Výpočet nevlastních integrálů	355
5.3. Kritéria konvergence nevlastních integrálů	357
Cvičení	364

VIII. ŘADY

1. Číselné řady	366
1.1. Úvodní poznámky	366
1.2. Součet číselné řady. Konvergence číselných řad	367
1.3. Některé vlastnosti číselných řad	370
1.4. Řady s nezápornými členy. Kritéria konvergence	372
1.5. Řady s libovolnými členy. Absolutní a neabsolutní konvergence	380
1.6. Přerovnávání a násobení řad	386
Cvičení	389
2. Základní poznatky o funkčních řadách	390
2.1. Bodová konvergence funkční řady	390
2.2. Stejněměrná konvergence. Weierstrassovo kritérium	393
2.3. Spojitost součtu řady. Integrace a derivování řady po členech	396
Cvičení	400
3. Mocninné řady	400
3.1. Konvergence mocninných řad	400

3.2. Operace s mocninnými řadami	405
3.3. Derivování a integrování mocninných řad	406
Cvičení	408
4. Rozvoj funkce v mocninnou řadu, Taylorova řada	409
4.1. Taylorova řada dané funkce a její konvergence	409
4.2. Taylorovy rozvoje některých elementárních funkcí	412
4.3. Použití mocninných řad	417
*4.4. Mocninné řady v komplexním oboru	421
Cvičení	425

IX. ELEMENTÁRNÍ METODY ŘEŠENÍ OBYČEJNÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

1. Úvod a základní pojmy	426
1.1. Úlohy vedoucí na diferenciální rovnice	426
1.2. Některé základní pojmy z teorie diferenciálních rovnic	429
1.3. Diferenciální rovnice prvního řádu	430
Cvičení	435
2. Elementární způsoby integrace diferenciálních rovnic	435
2.1. Separace proměnných	435
2.2. Transformace diferenciální rovnice	443
2.3. Rovnice tvaru $y' = f(ax + by + c)$	445
2.4. Homogenní rovnice	446
Cvičení	451
3. Lineární diferenciální rovnice prvního řádu	452
3.1. Homogenní rovnice	452
3.2. Nehomogenní rovnice	453
3.3. Příklady na aplikace lineární diferenciální rovnice	455
Cvičení	457

X. ZÁVĚR. SVĚTONÁZOROVÉ ASPEKTY STUDIA MATEMATIKY

1. Matematika a vědecký světový názor	458
2. Pohled do historie matematiky	458
3. Základní rysy současné matematiky	462
4. Stručné shrnutí	462
Literatura	464
Výsledky cvičení	465
Rejstřík	476