

OBSAH

Předmluva	11
---------------------	----

I. EUKLIDOVSKÝ PROSTOR

1. Úvodní poznámky	13
Cvičení	14
2. Metrické prostory	15
2.1. Úvod	15
2.2. Metrika na množině	16
2.3. Příklady metrických prostorů	18
2.4. Normovaný lineární prostor	21
2.5. Euklidovský prostor	25
Cvičení	28
3. Základní metrické a topologické pojmy	29
3.1. Vztahy mezi body a podmnožinami prostoru	29
3.2. Otevřené a uzavřené množiny	32
3.3. Vzdálenost bodu od množiny. Průměr množiny	34
Cvičení	35
4. Konvergence posloupností. Úplné prostory	36
4.1. Konvergence posloupností v metrickém prostoru	36
4.2. Cauchyovské posloupnosti. Úplný metrický prostor	40
*4.3. Řady vektorů	43
Cvičení	45
5. Funkce a zobrazení v euklidovských prostorech	46
5.1. Reálné funkce v \mathbf{R}^n	46
5.2. Operace s funkcemi. Některé třídy funkcí	48
5.3. Graf funkce	50
5.4. Hladiny funkce	52
5.5. Zobrazení euklidovských prostorů. Vektorové funkce	53
Cvičení	57
6. Spojitost a limita zobrazení	58
6.1. Spojitost zobrazení	58
6.2. Některé věty o spojitosti	61
6.3. Spojitost na kompaktní množině	62
6.4. Spojitost na souvislé množině	64
6.5. Limita zobrazení	68
Cvičení	73
7. Věta o pevném bodě	73
7.1. Banachova věta o pevném bodě	73
7.2. Příklady na použití metody postupných aproximací	76
Cvičení	80

II. DIFERENCIÁLNÍ POČET FUNKCÍ VíCE PROMĚNNÝCH

1. Parciální derivace a derivace ve směru	81
1.1. Parciální derivace prvního řádu	81
1.2. Derivace podle vektoru	87
1.3. Parciální derivace vyšších řádů	90
Cvičení	96
2. Diferenciál funkce	96
2.1. Definice diferenciálu, Základní vlastnosti	96
2.2. Výpočet diferenciálu	100
2.3. Geometrický význam diferenciálu. Tečná rovina grafu funkce dvou proměnných	103
2.4. Použití diferenciálu k přibližným výpočtům	106
2.5. Gradient	106
Cvičení	107
3. Parciální derivace a diferencovatelnost složené funkce	108
3.1. Parciální derivace prvního řádu a diferencovatelnost	108
3.2. Parciální derivace vyššího řádu složené funkce	113
Cvičení	116
4. Taylorův vzorec a diferenciály vyšších řádů	117
4.1. Taylorův vzorec	117
4.2. Diferenciály vyšších řádů	120
Cvičení	122
5. Lokální extrém	123
5.1. Definice lokálních extrémů, Stacionární body funkce	123
5.2. Postačující podmínka pro existenci lokálního extrému	124
Cvičení	129

III. DIFERENCOVATELNÁ ZOBRAZENÍ

1. Zobrazení a jeho derivace	131
1.1. Derivace zobrazení jedné reálné proměnné	131
1.2. Parciální derivace zobrazení	133
1.3. Diferenciál zobrazení	134
Cvičení	137
2. Implicitní funkce	138
2.1. Funkce jedné proměnné zadaná implicitně	138
2.2. Věta o implicitní funkci	140
2.3. Implicitní funkce více proměnných	144
2.4. Funkce definované soustavou rovnic	146
Cvičení	150
3. Regulární zobrazení. Hladká plocha	151
3.1. Regulární zobrazení a jeho inverze	151
3.2. Plochy v \mathbf{R}^3	155
3.3. k -rozměrná plocha	159

Cvičení162
4. Záměna proměnných v diferenciálních výrazech162
4.1. Křivočaré souřadnice162
4.2. Záměna proměnných167
Cvičení172
5. Vázané extrém. Absolutní extrém funkci173
5.1. Relativní extrém funkci173
5.2. Metoda Lagrangeových multiplikátorů176
5.3. Absolutní extrém178
Cvičení179
6. Základy vektorové analýzy180
6.1. Základní operace vektorové analýzy180
*6.2. Operace vektorové analýzy v ortogonálních křivočarých souřadnicích185
Cvičení187

IV. OBYČEJNÉ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE

1. Základní pojmy189
1.1. Příklady189
1.2. Soustava diferenciálních rovnic prvního řádu192
1.3. Fyzikální interpretace194
1.4. Geometrické znázornění řešení195
1.5. Diferenciální rovnice n -tého řádu197
Cvičení199
2. Existence a jednoznačnost řešení soustavy diferenciálních rovnic200
2.1. Jednoznačnost řešení200
2.2. Věta o existenci a jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice203
*2.3. Závislost řešení na počátečních podmínkách209
Cvičení210
3. Lineární diferenciální rovnice n -tého řádu a soustavy lineárních diferenciálních rovnic210
3.1. Základní pojmy. Maticový zápis lineární soustavy210
3.2. Věta o existenci a jednoznačnosti řešení lineární diferenciální rovnice214
3.3. Obecné řešení lineární soustavy215
3.4. Řešení nehomogenní soustavy. Variace konstant a princip superpozice221
3.5. Obecné řešení lineární diferenciální rovnice n -tého řádu223
3.6. Snížení řádu228
3.7. Komplexní řešení231
Cvičení234
4. Lineární rovnice n -tého řádu s konstantními koeficienty235
4.1. Homogenní lineární rovnice s konstantními koeficienty235
4.2. Řešení nehomogenní rovnice s konstantními koeficienty. Metoda odhadu240
4.3. Eulerova diferenciální rovnice244
Cvičení246
5. Soustavy lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty246

5.1. Metoda charakteristických čísel. Příklad jednoduchého spektra	246
5.2. Příklad vícenásobných charakteristických čísel	250
*5.3. Některé vlastnosti standardní fundamentální matice a její vyjádření maticovou řadou	254
5.4. Nehomogenní lineární soustava s konstantními koeficienty	255
*5.5. Periodické řešení lineární soustavy s konstantními koeficienty a s periodickým vstupem	257
Cvičení	259
6. Eliminační metoda pro soustavu lineárních diferenciálních rovnic s konstantními koeficienty	260
Cvičení	270
7. Některé aplikace lineárních diferenciálních rovnic	271
7.1. Rovnice kmitání	271
7.2. Vynucené kmitání. Rezonance	274
7.3. Lineární elektrické obvody se soustředěnými parametry	277
Cvičení	282

V. INTEGRÁLNÍ POČET V \mathbf{R}^n

1. Některé úlohy vedoucí k vícerozměrné integraci	285
1.1. Úloha o objemu	285
1.2. Úloha o hmotnosti	288
2. Geometrická míra množin v \mathbf{R}^n	289
2.1. Problém měřitelnosti množin	289
2.2. Vnější a vnitřní míra	290
2.3. Měřitelné množiny. Vlastnosti míry	294
Cvičení	301
3. Cauchyův–Riemannův integrál v \mathbf{R}^n	302
3.1. Definice a některé vlastnosti integrálu	302
3.2. Dolní a horní součty. Podmínky integrovatelnosti	306
3.3. Geometrický význam integrálu. Aditivita integrálu	312
3.4. Integrace přes intervaly	317
Cvičení	319
4. Výpočet integrálu	320
4.1. Výpočet n -rozměrného integrálu postupnou integrací	320
4.2. Substituce v integrálu	333
Cvičení	349
5. Použití integrálního počtu	350
5.1. Aditivní množinové funkce	350
5.2. Aditivní funkce s hustotou	352
5.3. Použití n -rozměrného integrálu v mechanice	355
Cvičení	358
6. Nevlastní integrály	359
6.1. Míra neomezených množin	359
6.2. Integrál neomezené funkce přes omezenou množinu	361
6.3. Integrál funkce přes neomezenou měřitelnou množinu	368
Cvičení	371

*7. Obecnější přístup k pojmu integrál	372
7.1. Lebesgueova míra	372
7.2. Obecný pojem míry	376
7.3. Měřitelné funkce.	377
7.4. Lebesgueův integrál	379
7.5. Některá další použití Lebesgueova integrálu	383

VI. KŘIVKOVÉ A PLOŠNÉ INTEGRÁLY

1. Křivky v \mathbf{R}^n	389
1.1. Hladký oblouk a jeho orientace	389
1.2. Po částech hladká křivka	394
Cvičení.	396
2. Neorientovaný křivkový integrál.	397
2.1. O jedné úloze vedoucí k integraci na křivkách	397
2.2. Definice neorientovaného křivkového integrálu, jeho výpočet a vlastnosti	400
Cvičení.	402
3. Orientovaný křivkový integrál.	403
3.1. Integrál po orientovaném oblouku a jeho význam	403
3.2. Cesta a orientovaný integrál po cestě	406
Cvičení.	413
4. Plochy v \mathbf{R}^3	413
4.1. List a jeho orientace	413
4.2. Obsah listu	420
4.3. Po částech hladká plocha v \mathbf{R}^3	427
Cvičení.	433
5. Neorientovaný plošný integrál.	433
5.1. O jedné úloze vedoucí k integraci na plochách	433
5.2. Definice neorientovaného plošného integrálu. Jeho výpočet a vlastnosti	436
Cvičení.	440
6. Orientovaný plošný integrál.	440
6.1. Integrál přes orientovaný list a jeho význam	440
6.2. Orientovatelná plocha. Integrál přes orientovanou plochu	445
Cvičení.	453
7. Integrální věty vektorové analýzy. Potenciální a nezfídlivá pole	453
7.1. Greenova věta.	453
7.2. Stokesova věta	461
7.3. Nezávislost orientovaného křivkového integrálu na cestě. Potenciální pole	468
7.4. Výpočet potenciálu	474
7.5. Gaussova–Ostrogradského věta	477
7.6. Význam divergence vektorového pole. Nezfídlivé pole	484
*7.7. Greenovy vzorce.	486
Cvičení.	491

VII. FOURIEROVY ŘADY

1. Pojem Fourierovy řady	493
1.1. Periodické funkce	493
1.2. Trigonometrické mnohočleny a trigonometrické řady	494
1.3. Ortogonalita souboru funkcí. Trigonometrický soubor	496
1.4. Fourierova řada periodické funkce	498
1.5. Operace s Fourierovými řadami	501
1.6. Příklady Fourierových řad	504
1.7. Komplexní tvar a amplitudový – fázový tvar Fourierovy řady	512
1.8. Fourierova řada neperiodické funkce	514
Cvičení	517
2. Konvergence Fourierových řad	517
2.1. Aproximace integrovatelné funkce funkcí stupňovitou	517
2.2. Vlastnosti Fourierových koeficientů	519
2.3. Integrovní vyjádření částečných součtů. Lokalizační věta	521
2.4. Bodová a stejnoměrná konvergence Fourierových řad	523
*2.5. Charakter konvergence Fourierovy řady v okolí bodu nespojivosti. Gibbsův jev	526
Cvičení	530
3. Ortogonální systémy	530
3.1. Prostor $\mathcal{L}_n^2(a, b)$	530
3.2. Ortogonální soubory	534
3.3. Příklady ortogonálních souborů	538
3.4. Úloha o nejlepší aproximaci	541
3.5. Fourierovy řady v $\mathcal{L}_n^2(a, b)$	542
Cvičení	551
4. Použití Fourierových řad	552
4.1. Řešení lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty a s periodickou pravou stranou	554
4.2. Řešení Laplaceovy rovnice v kruhu	556
Cvičení	559
Výsledky cvičení	561
Literatura	572
Rejstřík	573