

# O B S A H.

## P R V Ý D I E L .

### I. Úvod.

Strana

1. Komplexné čísla .....	3
2. Súčet a rozdiel komplexných čísel .....	5
3. Súčin a mocnina komplexných čísel .....	5
4. Delenie a odmocnenie komplexných čísel .....	6
5. Funkcie .....	8
6. Definícia algebraickej rovnice .....	9

### II. Systémy lineárnych rovníc a determinanty.

7.—9. Lineárne rovnice o jednej a dvoch neznámych .....	9
10. Determinant druhého stupňa a jeho základné vlastnosti .....	11
11.—12. Lineárne systémy rovníc o troch neznámych .....	12
13. Základné vlastnosti determinantu tretieho stupňa .....	15
14. Riešenie lin. systému o troch neznámych .....	17
15. Determinanty a permutácia .....	18
16. Permutácia vo všeobecnosti .....	18
17. Determinant $n$ -ho stupňa .....	20
18. Základné vlastnosti determinantu $n$ -ho stupňa .....	21
19. Systémy $n$ lineárnych rovníc. Nehomogenný systém .....	28
20. Homogenný systém $n$ lineárnych rovníc .....	29
21. Pridružené subdeterminanty a Laplaceova veta .....	34
22. Násobenie determinantov .....	36
23. Sdružené determinanty a ich súvis s pôvodným determinantom. ....	39
24. Symetrické determinanty .....	41

### III. Niektoré vlastnosti racionálnych funkcií celistvých a z tých vyplývajúce vety pre alg. rovnice vyššieho stupňa.

25. Taylorov rad pre racionálne funkcie celistvé .....	42
26. Racionálna funkcia celistvá je spojitá .....	43
27.—29. Zmena racionálnej funkcie celistvej so zmenou premennej .....	44
30. Každá racionálna funkcia celistvá má nulový bod .....	47
31. Prvočinitelia racionálnych funkcií celistvých .....	47
32. Algebraická rovnica $n$ -ho stupňa má $n$ koreňov .....	48
33. Viacnásobné korene .....	49
34. Komplexné korene konjugované .....	49
35. Príklady .....	50
36. Súvis koreňov a koeficientov. Koeficienty alg. rovnice jakožto racionálne funkcie koreňov. Symetrické funkcie .....	52
37. Použitie symetrických funkcií na riešenie alg. rovníc odhadnutím .....	53

38. Symetrické funkcie koreňov jakožto racionálne funkcie celistvé koeficientov alg. rovnice .....	54
39. Resultant .....	56
40. Sylvestrov resultant .....	58
41. Eliminácia .....	59
42. Rovnica s komplexnými koeficientmi .....	60
43. Diskriminant .....	61
44. Určenie diskriminantu pomocou resultantu .....	62

#### IV. Riešiteľné alg. rovnice.

45. Algebraická rovnica druhého stupňa .....	62
46. Algebraická rovnica tretieho stupňa. Špeciálna rovnica .....	63
47. Niektoré vlastnosti čísla $\varepsilon$ .....	64
48. Obecný tvar rovnice tretieho stupňa .....	64
49. Diskriminant alg. rovnice tretieho stupňa .....	66
50. Algebraické riešenia rovnice tretieho stupňa .....	67
51. Trigonometrické riešenie alg. rovnice tretieho stupňa .....	68
52. Príklady .....	70
53. Rovnica štvrtého stupňa .....	71
54. Príklad .....	73
55. Binomická rovnica $n$ -ho stupňa .....	74

#### V. Reálne korene algebraických rovníc.

56. Horná a dolná hranica reálnych koreňov .....	75
57. Príklady .....	76
58. Menej presný spôsob .....	78
59. Racionálne korene alg. rovnice .....	79
60. Počet reálnych koreňov v určitom intervale. Separácia koreňov .....	83
61. Veta Rolleho .....	85
62. Veta Sturmova .....	86
63. Príklad .....	88

#### VI. Približné určenie koreňov.

64.—65. Grafické riešenia .....	89
66. Regula falsi .....	91
67. Príklad .....	93
68. Newtonov spôsob .....	93
69. Newtonov spôsob je približujúcim .....	94
70. Príklad .....	96
71. Graeffeho spôsob .....	97
72. Určenie komplexných koreňov .....	100
73. Príklady .....	101

#### VII. Formy a transformácie.

74. Línearna transformácia .....	106
75. Bilineárna forma .....	108
76. Kvadratické formy .....	111
77. Transformácia kvadratických foriem o dvoch a troch premenných .....	111

	Strana
78. Transformácia kvadratickej formy o symetrickom determinante na súčet štvorcov .....	112
79. Transformácia kvadratickej formy o troch premenných na súčet štvorcov.....	114
80. Transformácia kvadratickej formy o $n$ premenných na súčet štvorcov .....	115
81. Príklad .....	117
82. Sotrvačnosť u kvadratických foriem.....	118
83. Použitie formy definitnej na určenie maxima a minima funkcií o $n$ premenných...	119
84. Použitie u funkcie o dvoch premenných.....	121
85. Transformácia ortogonálna .....	121
86. Transformácia kvadratickej formy do normálneho tvaru pomocou ortogonálnej substitúcie .....	122
87. Sekulárna rovnica má len reálne korene .....	123

## D R U H Ý D I E L .

### VIII. Základy analytickej geometrie na rovine.

88. Súradnice bodu na priamke .....	127
89. Deliaci pomer .....	128
90. Súradnice priamky vo sväzku priamok .....	129
91. Imaginárne geometrické prvky a útvary.....	130
92. Súradnice bodov na rovine. Súradnická sústava rovnobežná a pravouhlá .....	130
93. Vzdialenosť dvoch bodov na rovine.....	132
94. Obsah trojuholníka vyjadreného súradnicami.....	133
95. Transformácia súradníc rovnobežných. Posunutie .....	134
96. Transformácia súradníc pravouhlých na kosouhlé o stejnóm počiatku .....	134
97. Transformácia súradníc kosouhlých v kosouhlé o stejnóm počiatku .....	136
98. Transformácia obecná .....	137
99. Súradnice polárne a ich súvis s pravouhlými.....	137
100. Niektoré zvláštne útvary geometrické na rovine. Priamka .....	138
101. Kružnica .....	139
102. Elipsa a hyperbola.....	140
103. Parabola .....	142
104. Obecná rovnica kvadratických čiar.....	143
105. Parametrické rovnice priamky, kružnice, elipsy a hyperboly.	144
106. Rozličné tvary rovnice priamky. Rovnica priamky, vedenej jedným a dvoma bodmi .....	146
107. Úsekový tvar .....	147
108. Normálny tvar.....	148
109. Vzdialenosť bodu od priamky .....	149
110. Dve priamky.....	150
111. Sväzok priamok .....	151

112. Priamkové súradnice .....	152
113. Rovnica kružnice v priamkových súradniciach.....	153
114. Súradnice homogenné .....	154
115. Body v nekonečnosti.....	154
116. Homogenné súradnice priamkové .....	156
117. Niektoré geometrické vzťahy v homogenných súradniciach..	157
118. Homogenné súradnice obecné na rovine.....	158

### IX. Kvadratické čiary (Kuželosečky).

119. Obecná kvadratická rovnica o dvoch premenných .....	160
120. Kuželosečky, určené obecnou rovnicou kvadratickou.....	161
121. Tečna kuželosečiek .....	162
122. Kvadratická čiara vlastná a zvrhlá.....	163
123. Obecná rovnica kvadratickej čiary v priamkových súradniciach .....	166
124. Polára a pól.....	166
125. Priemery .....	168
126. Sdružené priemery na seba kolmé. Hlavné priemery.....	168
127. So sebou sdružený priemer. Asymptoty.....	169
128. Stred kvadratickej čiary. Triedenie kvadratických čiar .....	169
129. Kuželosečka so stredom v konečnosti. Posunutie počiatku súradnic do stredy kuželosečky.....	171
130. Transformácia do súradnicovej sústavy s osami o sdružených priemeroch .....	171
131. Transformácia rovnice hyperboly do asymptotickej súradnicovej sústavy .....	172
132. Transformácia do súradnicovej sústavy s osami o hlavných priemeroch .....	173
133. Normálna rovnica elipsy .....	174
134. Normálna rovnica hyperboly .....	175
135. Normálna rovnica tečny u elipsy a hyperboly.....	175
136. Príklady .....	176
137. Niektoré asymptotické vlastnosti hyperboly.....	178
138. Kuželosečka so stredom v nekonečnosti.....	179
139. Normálna rovnica tečny a normály u paraboly.....	181
140. Subtangenta. Subnormála.....	182
141. Príklad .....	182
142. Normálne rovnice kuželosečiek v priamkových súradniciach	183
143. Sdružené poláry kolmé a ohniská. Súradnice pólu .....	184
144. Sdružené poláry na seba kolmé.....	185
145. Ohniská .....	186
146. Riadiace priamky .....	186
147. Niektoré ohniskové vlastnosti kuželosečiek .....	187
148. Sústava kuželosečiek.....	189
149. Konfokálne kuželosečky .....	189
150. Súradnice eliptické.....	190
151. Konfokálne paraboly .....	192

## X. Základy analytickej geometrie v priestore.

	Strana
152. Súradnice bodov v priestore .....	192
153. Polárne súradnice .....	194
154. Sféricke súradnice .....	195
155. Homogenné súradnice .....	196
156. Vzdialenosť dvoch bodov v priestore .....	196
157. Deliaci pomer .....	197
158. Uhol dvoch smerov .....	197
159. Smer súčasne kolmý na dva smery .....	198
160. Transformácia súradnic. Posunutie .....	199
161. Transformácia otočením .....	199
162. Obsah priestorového trojuholníka .....	202
163. Niektoré zvláštne útvary geometrické v priestore .....	202
164. Zvláštne tvary rovnice roviny. Normálny tvar .....	205
165. Úsekový tvar .....	206
166. Rovinné súradnice .....	206
167. Vzdialenosť bodu od roviny .....	207
168. Uhol dvoch rovín .....	208
169. Rovnica roviny určenej tromi bodmi .....	208
170. Spoločný bod troch rovín. Sväzok rovín. Osné súradnice priamky .....	209
171. Štvorsten [Tetraeder] a jeho obsah .....	211
172. Parametrické rovnice priamky v priestore .....	213
173. Priesečík priamky s rovinou .....	214
174. Vzdialenosť bodu od priestorovej priamky .....	215
175. Vzdialenosť dvoch mimobežiek .....	216

## XI. Kvadratické plochy.

176. Obecná kvadratická rovnica o troch premenných .....	217
177. Body v nekonečnosti kvadratických plôch .....	219
178. Priamka a plocha kvadratická .....	219
179. Kužel, dotýkajúci sa kvadratickej plochy .....	220
180. Tečná rovina kvadratickej plochy .....	220
181. Singulárne plochy vo všeobecnosti .....	220
182. Obecná rovnica kvadratickej plochy v súradniciach rovinných .....	221
183. Polárna rovina a pól .....	222
184. Priemerové roviny .....	223
185. Sdružené priemerové roviny na seba kolmé. Hlavné priemerové roviny .....	224
186. Priemery a hlavné priemery .....	225
187. Dvojnásobné a trojnásobné korene sekulárnej rovnice ku- bickej .....	225
188. Stred plochy kvadratickej .....	227
189. Obecná rovnica asymptotického kuželu .....	228
190. Kvadratické plochy so stredom v koneč- nosti. Posunutie počiatočného bodu do stredu kvadratickej plochy .....	229
191. Otočenie ôs do hlavných priemerov. Normálna rovnica .....	230
192. Normálna rovnica elipsoidu .....	231
193. Gufa .....	232
194. Normálna rovnica hyperboloidu. Jednodielný hyperboloid .....	233

	Strana
195. Dvojdielny hyperboloid.....	234
196. Normálna rovnica asymptotického kuželu.....	235
197. Normálne rovnice roviny tečnej u elipsoidu a hyperboloidov	236
198. Príklady .....	237
199. Kvadratické plochy so stredom v nekonečnosti .....	240
200. Normálna rovnica paraboloidu eliptického.....	242
201. Normálna rovnica paraboloidu hyperbolického.....	243
202. Príklady .....	244
203. Kvadratické plochy so stredovou osou.....	245
204. Určenie absolútneho člena $a'_{21}$ .....	246
205. Normálna rovnica eliptického valca.....	247
206. Normálna rovnica hyperbolického valca.....	248
207. Príklady .....	248
208. Dve roviny nerovnoběžné.....	250
209. Kvadratická plocha so stredovou osou v nekonečnosti. Parabolický valec .....	251
210. Určenie konstanty $a'_{21}$ .....	252
211. Kvadratické plochy so stredovou rovinou v konečnosti.....	255
212. Kvadratická plocha so stredovou rovinou v nekonečnosti.....	257
213. Kvadratická plocha s neurčitým stredom.....	257
214. Prehľad kvadratických plôch, určených rovnicou (1.) § 176.	257
Soznam vecný.....	261

