

## OBSAH

Předmluva .....	13
Část 1	
<b>Základní problémy pružnosti a jejich řešení variačními metodami</b>	
DOC. ING. DR. VLADIMÍR KOLÁŘ, DrSc.	
1.1. Úvod .....	15
1.2. Napětí .....	18
1.2.1. Složky napětí .....	18
1.2.2. Součtové podmínky rovnováhy .....	22
1.2.3. Momentové podmínky rovnováhy .....	24
1.2.4. Vektor napětí .....	26
1.2.5. Rovnováha tělesa .....	28
1.3. Deformace .....	30
1.3.1. Složky posunutí .....	31
1.3.2. Složky deformace tělesa .....	32
1.3.3. Podmínky spojitosti deformace tělesa .....	34
1.4. Fyzikální vztahy mezi napětím a deformací .....	36
1.4.1. Obecný Hookeův zákon .....	36
1.4.2. Rovnice Laméovy a Beltramiho .....	37
1.5. Problémy pružnosti .....	39
1.5.1. Okrajové podmínky .....	39
1.5.2. První problém pružnosti .....	41
1.5.3. Druhý problém pružnosti a jiné problémy .....	42
1.5.4. Singulární body a čáry .....	43
1.6. Potenciální energie a princip virtuálních prací .....	45
1.6.1. Potenciální energie deformace tělesa .....	45
1.6.2. Potenciální energie vnějších sil tělesa .....	46

1.6.3. Vztah mezi potenciální energií deformace a potenciální energií vnějších sil tělesa	47
1.6.4. Jednoznačnost řešení problémů pružnosti	49
1.6.5. Princip virtuálních prací	50
1.6.6. Variační rovnice Lagrangeova a Castiglianova	52
1.6.7. Bettiho teorém o vzájemnosti virtuálních prací	58
1.6.8. Singulární část vnějších sil	60
<b>1.7. Přibližné řešení problémů pružnosti variačními metodami</b>	<b>63</b>
1.7.1. O souvislosti variačních úloh a diferenciálních rovnic	63
1.7.2. Variační úlohy teorie pružnosti	66
1.7.3. Přibližné řešení Lagrangeovy variační rovnice	70
1.7.4. Přibližné řešení Castiglianovy variační rovnice	76
1.7.5. Galerkinova metoda	79
1.7.6. Přibližné splnění okrajových podmínek	81
1.7.7. Funkce vyhovující homogenním rovnicím rovnováhy	82
1.7.8. Singulární část vnějších sil	84

## Část 2

### Nosné stěny

DOC. ING. DR. VLADIMÍR KOLÁŘ, DrSc.

<b>2.1. Rovinná napjatost a rovinné přetvoření</b>	<b>87</b>
2.1.1. Úvod	87
2.1.2. Rovinná napjatost	93
2.1.3. Funkce napětí $F(x, y, z)$ při rovinné napjatosti	96
2.1.4. Rovinné přetvoření	97
2.1.5. Funkce napětí $F(x, y)$ při rovinném přetvoření	102
<b>2.2. Základní vztahy pro přibližná řešení nosných stěn</b>	<b>103</b>
2.2.1. Zobecněná rovinná napjatost a její souvislost s rovinným přetvořením	103
2.2.2. Potenciální energie a variační rovnice	107
2.2.3. Castiglianova variační rovnice pro Airyho funkci $F(x, y)$	108
<b>2.3. Přibližné řešení Castiglianovy variační rovnice</b>	<b>110</b>
2.3.1. Řešení obecného případu	110
2.3.2. Řešení obdélníkových stěn	115
2.3.3. Spojitě podepřená stěna. <i>Příklad 1</i>	121
2.3.4. Nosná stěna podepřená dvěma sloupy. <i>Příklad 2</i>	128
<i>Tabulka I, II</i>	132
<b>2.4. Přibližné řešení Lagrangeovy variační rovnice</b>	<b>134</b>
2.4.1. Řešení obecného případu a Galerkinova metoda	134
2.4.2. Vlasovova metoda řešení nosných stěn	136
2.4.3. Nosné stěny proměnné tloušťky. <i>Tabulka III</i>	141
2.4.4. <i>Příklad 3</i> . Výpočet stěny zesílené v dolní polovině. <i>Tabulka IV</i>	146

<b>2.5. Přibližné řešení biharmonické rovnice</b> .....	148
2.5.1. Základní funkce. <i>Tabulka V—VIII</i> .....	148
2.5.2. Aplikace na řešení nosných stěn .....	152
<b>2.6. Metoda sítí</b> .....	156
2.6.1. Diferenční vyjádření biharmonické rovnice .....	156
2.6.2. Diferenční vyjádření okrajových podmínek .....	163
2.6.3. Řešení lineárních rovnic metody sítí .....	167
2.6.4. <i>Příklad 4. Tabulka IX—XI</i> .....	173
2.6.5. Čtvercová stěna zatížená souměrně nebo antimetricky. <i>Tabulka XII—XV. Příklad 5</i> .....	177
<i>Tabulka XVI—XVIII</i> .....	185
<b>2.7. Nepřímá metoda</b> .....	190
2.7.1. Elementární stavy napětí .....	190
2.7.2. Biharmonické polynomy .....	191
2.7.3. Praktické příklady. <i>Příklad 6—8</i> .....	194
2.7.4. Spojitá nosná stěna. <i>Příklad 9—11. Tabulka XIX—XXIII</i> .....	198
2.7.5. Průhyby nosných stěn. <i>Příklad 12, 13</i> .....	206

### Část 3

#### Desky

DOC. ING. DR. VLADIMÍR KOLÁŘ, DrSc.

<b>3.1. Napětí a přetvoření desek</b> .....	212
3.1.1. Předpoklady teorie desek .....	212
3.1.2. Vnitřní síly .....	214
3.1.3. Základní rovnice .....	218
3.1.4. Okrajové podmínky .....	221
<b>3.2. Přibližná řešení desek variačními metodami</b> .....	224
3.2.1. Potenciální energie u desek .....	224
3.2.2. Lagrangeova variační rovnice .....	225
3.2.3. Ritzova metoda .....	228
3.2.4. Galerkinova metoda .....	230
3.2.5. Castiglianova variační rovnice .....	231
3.2.6. Jiné metody .....	233
<b>3.3. Obdélníkové desky</b> .....	236
3.3.1. Elementární stavy obdélníkových desek .....	236
3.3.2. Dlouhá obdélníková deska. <i>Příklad 14</i> .....	238
3.3.3. Krátká obdélníková deska. <i>Příklad 15</i> .....	243
3.3.4. Obdélníková deska s libovolnými okrajovými podmínkami .....	247
3.3.5. Číselný výpočet obdélníkových desek rovnoměrně zatížených s různými okrajovými podmínkami. <i>Příklad 16—18</i> .....	253

<b>3.4. Některé zvláštní případy zatížení obdélníkových desek</b> .....	260
3.4.1. Stropní deska zatížená příčkou. Studie momentových ploch .....	260
3.4.2. Hřibová deska. <i>Příklad 19</i> .....	266
3.4.3. Mostní desky. <i>Příklad 20</i> .....	270
3.4.4. Příčinkové plochy mostních desek. <i>Příklad 21</i> .....	275
<b>3.5. Metoda sítí</b> .....	280
3.5.1. Diferenční vztahy .....	280
3.5.2. Okrajové podmínky .....	281
3.5.3. Čtvercová deska vetknutá na celém obvodu. <i>Příklad 22, 23</i> .....	285
3.5.4. Marcusova úprava metody sítí. <i>Příklad 24, 25</i> .....	287
3.5.5. Desky s proměnnou tuhostí $N$ .....	292
<b>3.6. Kruhové a mezikruhové desky</b> .....	294
3.6.1. Základní rovnice .....	294
3.6.2. Okrajové podmínky .....	299
3.6.3. Zdrojová funkce kruhových desek .....	300
3.6.4. Rotačně symetrické zatížení. <i>Příklad 26, 27</i> .....	305
3.6.5. Účinek osamělého břemena .....	312
<b>3.7. Desky na pružném podkladě</b> .....	314
3.7.1. Kruhové desky. <i>Příklad 28</i> .....	314
3.7.2. Obdélníkové desky. <i>Příklad 29</i> .....	320
<b>3.8. Ortotropní desky</b> .....	324
3.8.1. Základní vztahy .....	324
3.8.2. Obdélníkové desky. <i>Příklad 30</i> .....	328
3.8.3. Technická ortotropie a úprava základních vztahů .....	332
<b>3.9. Desky tvaru kosodélníka (šikmé desky)</b> .....	334
Literatura k části 1 až 3 .....	342

#### Část 4

### Navrhování nosných desek

ING. JIŘÍ BENEŠ

<b>4.1. Nosné desky v praxi</b> .....	345
4.1.1. Možnosti užití desek jako nosných prvků stavebních konstrukcí .....	345
4.1.2. Výhody a nevýhody rovinných nosných desek .....	345
4.1.3. Vhodnost různých způsobů navrhování rovinných desek .....	346
4.1.4. Zhodnocení teoretických výsledků pro praktické navrhování .....	348
a) Desky pravouhlé .....	348
b) Desky kosoúhlé .....	352
c) Desky spojitě .....	354
d) Desky kruhové .....	355
e) Zvláštní případy desek .....	355

<b>4.2. Desky pravoúhlé</b> .....	356
4.2.1. Statické veličiny pro navrhování deskových silničních mostů .....	356
4.2.2. Ohybové momenty .....	357
a) Způsob a předpoklady výpočtu tabulek .....	357
b) Zatížení stálé .....	357
c) Zatížení pohyblivé .....	358
d) Uspořádání tabulek .....	358
e) Způsob použití tabulek .....	359
f) Grafy .....	360
4.2.3. Posouvající síly .....	360
a) Uspořádání tabulek .....	360
b) Způsob použití tabulek .....	361
c) Způsob výpočtu tabulkových hodnot .....	362
d) Grafy .....	362
<b>4.3. Desky kosohlé</b> .....	362
4.3.1. Statické poměry .....	362
4.3.2. Šikmá deska po obvodě volně uložena .....	363
4.3.3. Šikmá deska prostě podepřená na dvou protilehlých stranách .....	364
a) Předběžný odhad statických veličin .....	364
b) Odhad ohybových momentů analogií k trémovému roštu .....	366
c) Odhad ohybových momentů analogií k pravoúhlé desce .....	367
d) Jiné přibližné určení momentů uprostřed desky .....	368
e) Přesné určení průhybů, ohybových momentů a reakcí .....	368
f) Momenty u desek úzkých .....	369
g) Celkové posouzení pro dimensování .....	370
h) Vyšetření podporových sil .....	371
4.3.4. Výztuž šikmých železobetonových desek .....	372
<b>4.4. Tabulky</b>	
4.4.1. Desky pravoúhlé .....	375
1. Zatížení rovnoměrně plné. Ohybové momenty a průhyby .....	375
2. Zatížení trojúhelníkové plné. Extrémní ohybové momenty a průhyby .....	377
3. Zatížení rovnoměrně plné. Ohybové momenty uprostřed desky .....	380
4. Zatížení rovnoměrně plné. Ohybové momenty uprostřed desky $\mu = 0,15$ ..	381
5. Uložení volné po obvodě. Zatížení rovnoměrně plné .....	382
6. Zatížení rovnoměrně plné. Kotevní síla a krouticí moment v rohu .....	383
7. Uložení volné po obvodě. Zatížení bodové a pásové .....	384
8. Uložení volné po obvodě. Zatížení rovnoměrně částečné .....	386
9. Deska čtvercová, po obvodě vetknutá. Zatížení bodové uprostřed .....	389
10. Uložení volné dvoustranné. Zatížení bodové .....	391
11. Uložení volné dvoustranné. Zatížení rovnoměrně plné, pásové a bodové ..	392
12. Desky čtvercové, uložené po dvou stranách. Zatížení rovnoměrně plné, přím- kové a bodové .....	394
13. Uložení volné dvoustranné. Pořadnice příčinkových ploch .....	397
14. Uložení volné dvoustranné. Zatížení na volném okraji .....	439
15. Průběh ohybových momentů pro různá uložení desky .....	440
16–24. Ohybové momenty a posouvající síly pro deskové mosty .....	446
25. Desky ortotropní, prostě podepřené. Příčinkové plochy .....	460

4.4.2. Desky kosouhlé (prostě podepřené po dvou stranách).....	474
26. Zatížení rovnoměrné plné a bodové. $\varphi = 30^\circ$ , $l/b = 2$ .....	474
27. Zatížení rovnoměrné plné a nahodilé. Hlavní momenty.....	476
28. Desky úzké. Zatížení rovnoměrné plné. Hlavní momenty.....	480
29. Zatížení rovnoměrné plné, přímkové a bodové. $\varphi = 50^\circ$ .....	484
30. Podporové síly. Zatížení rovnoměrné plné a bodové.....	489
31. Dimenzování výztuže železobetonových desek.....	493
Literatura.....	496

## Část 5

### Desky za plastického stavu

DOC. ING. ZDENĚK SOBOTKA, DrSc.

<b>5.1. Všeobecné zákony mezního stavu plastické únosnosti desek.....</b>	<b>500</b>
5.1.1. Různé druhy plastického přetváření desek a jeho význam.....	500
5.1.2. Vnitřní síly na mezi plastické únosnosti.....	501
5.1.3. Různé metody řešení plastické únosnosti desek.....	502
<b>5.2. Silová metoda.....</b>	<b>502</b>
5.2.1. Kloubově podepřené mnohoúhelníkové desky zatížené osamělým břemenem..	502
5.2.2. Kloubově podepřené desky s rovnoměrným zatížením, jejichž obvod je opsán kružnicí.....	504
<b>5.3. Kinematická metoda.....</b>	<b>505</b>
<b>5.4. Mnohoúhelníkové a kruhové desky kloubově podepřené po obvodě a zatížené osamělým břemenem a rovnoměrným zatížením.....</b>	<b>506</b>
5.4.1. Nepravidelné mnohoúhelníkové desky.....	506
5.4.2. Pravidelné mnohoúhelníkové desky.....	508
5.4.3. Kruhová deska s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed... ..	510
5.4.4. Kruhová deska s rovnoměrným zatížením a mimostředně působícím osamělým břemenem.....	511
5.4.5. Eliptická deska s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed... ..	512
5.4.6. Ortotropické mnohoúhelníkové, kruhové a eliptické desky s rovnoměrným a osamělým břemenem.....	513
<b>5.5. Pravidelné mnohoúhelníkové a kruhové desky na bodových podporách s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed.....</b>	<b>519</b>
5.5.1. Pravidelné mnohoúhelníkové desky podepřené v rozích.....	519
5.5.2. Ortotropické pravidelné mnohoúhelníkové desky s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed, podepřené bodově v rozích.....	522
5.5.3. Obdélníkové a čtvercové desky podepřené v rozích.....	522
5.5.4. Kruhové desky, bodově podepřené na obvodě, s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed.....	523
5.5.5. Ortotropické kruhové desky, podepřené na obvodě, s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed.....	526

<b>5.6. Obdélníkové desky s rovnoměrným zatížením</b> .....	526
5.6.1. Isotropická obdélníková deska s rovnoměrným zatížením, kloubově podepřená na obvodě .....	526
5.6.2. Ortotropické obdélníkové desky s rovnoměrným zatížením .....	529
5.6.3. Rovnoměrně zatížené obdélníkové desky, kloubově podepřené podél tří stran a na jedné straně volné .....	533
5.6.4. Rovnoměrně zatížená obdélníková deska podepřená na dvou protějších stranách .....	536
<b>5.7. Šikmé desky s rovnoměrným zatížením</b> .....	537
5.7.1. Isotropické šikmé desky .....	537
5.7.2. Anisotropická šikmá deska .....	537
5.7.3. Ortotropická šikmá deska .....	538
5.7.4. Šikmé desky kloubově podepřené na třech stranách .....	539
5.7.5. Šikmá deska podepřená na dvou protilehlých stranách .....	541
<b>5.8. Obdélníkové desky s rovnoměrným zatížením a osamělými břemeny</b> .....	541
5.8.1. Ortotropická obdélníková deska s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed .....	541
5.8.2. Isotropické a ortotropické desky kloubově podepřené na dvou protějších stranách .....	546
<b>5.9. Vetknuté desky</b> .....	546
5.9.1. Pravidelné vetknuté mnohoúhelníkové desky s rovnoměrným zatížením .....	546
5.9.2. Vetknuté pravidelné mnohoúhelníkové desky s rovnoměrným zatížením a osamělým břemenem uprostřed .....	548
5.9.3. Vetknuté isotropické a ortotropické obdélníkové desky .....	550
<b>5.10. Desky na poddajném podkladě</b> .....	553
5.10.1. Všeobecné statické působení na mezi plastické únosnosti .....	553
5.10.2. Tenké isotropické a ortotropické obdélníkové desky na poddajném podkladě .....	553
5.10.3. Tlusté desky na poddajném podkladě .....	554
<b>5.11. Hřibové desky</b> .....	555
<b>5.12. Spojité desky s obdélníkovými poli na souvislých podporách</b> .....	556
5.12.1. Statické působení na mezi únosnosti .....	556
5.12.2. Výpočet mezní plastické únosnosti .....	556
5.12.3. Návrh spojité ortotropické desky s obdélníkovými poli .....	559
<b>5.13. Snížení mezní únosnosti desek účinkem smyku</b> .....	560
5.13.1. Základní vztahy .....	560
5.13.2. Vetknutá kruhová deska s rovnoměrným zatížením .....	561
5.13.3. Mezikružná deska vetknutá na vnějším obvodě .....	562
5.13.4. Mezikružná deska vetknutá na vnitřním obvodě .....	563
<b>5.14. Obecný pružnoplastický stav desek</b> .....	563
Literatura .....	567
Rejstřík .....	569