

Předmluva . . . . . 9

**ČÁST I**

**Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu . . . . . 11**

0. Úvod . . . . . 11

1. Základní pojmy . . . . . 13

1.1. Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu . . . . . 13

1.2. Řešení obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu . . . . . 17

1.3. Obecné řešení v implicitním tvaru . . . . . 22

1.4. Počáteční podmínky . . . . . 25

1.5. Exaktní rovnice. Integrující faktor . . . . . 28

1.6. Substituce do diferenciálních rovnic . . . . . 31

1.7. Vztah mezi rovnicemi  $f(x, y) + g(x, y) y' = 0$   
a  $f(x, y) x' + g(x, y) = 0$  . . . . . 33

2. Existence a jednoznačnost řešení diferenciální rovnice  
 $y' + h(x, y) = 0$  . . . . . 36

3. Diferenciální rovnice řešitelné pomocí kvadratur . . . . . 38

3.1. Separovatelné diferenciální rovnice . . . . . 38

3.2. Rovnice, které lze převést substitucí na separovatelné. 44

3.2.1. Diferenciální rovnice typu  $y' + p\left(\frac{y}{x}\right) = 0$  . . . . . 44

3.2.2. Diferenciální rovnice typu  
 $y' + p\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right) = 0$  . . . . . 45

3.2.3. Lineární diferenciální rovnice  
 $y' + P(x)y + Q(x) = 0$  . . . . . 46

3.2.4. Diferenciální rovnice typu  
 $y' + P(x)y + Q(x)y^n = 0$  . . . . . 47

3.2.5. Další typy diferenciálních rovnic . . . . . 48

3.3. Diferenciální rovnice, které lze převést na separovatelné  
zavedením parametru. . . . . 53

3.3.1. Diferenciální rovnice typu  $x = f(y, y')$  . . . . . 54

3.3.2. Diferenciální rovnice typu  $y = f(x, y')$  . . . . . 55

3.3.3. Diferenciální rovnice typu  $y = A(y')x + B(y')$  . . . . . 56

3.3.4. Diferenciální rovnice typu  $y = y'x + B(y')$  . . . . . 56

3.4. Diferenciální rovnice typu  $P_n(y') = 0$  . . . . . 58

3.5. Příklady jednotlivých typů rovnic . . . . . 58

4. Přibližná integrace diferenciálních rovnic . . . . . 82

4.1. Grafická integrace (Eulerova metoda) . . . . . 82

4.2. Postupné aproximace . . . . . 84

4.3. Mocninné řady . . . . .	86
5. Některá použití diferenciálních rovnic . . . . .	89
5.1. Použití v geometrii . . . . .	89
5.2. Obálka jednoparametrické soustavy čar . . . . .	90
5.3. Použití v přírodních vědách . . . . .	93

## ČÁST II

<b>Obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu . . . . .</b>	<b>100</b>
1. Definice a příklady . . . . .	100
2. Existence a jednoznačnost řešení diferenciální rovnice $y'' + h(x, y, y') = 0$ . . . . .	104
3. Nejjednodušší případy obyčejných diferenciálních rovnic druhého řádu . . . . .	105
3.1. Diferenciální rovnice typu $y'' = f(x)$ . . . . .	105
3.2. Diferenciální rovnice typu $y'' = f(y)$ . . . . .	106
3.3. Diferenciální rovnice typu $y'' = f(x, y')$ . . . . .	109
3.4. Diferenciální rovnice typu $y'' = f(y, y')$ . . . . .	111
4. Lineární rovnice druhého řádu s proměnnými koeficienty .	118
5. Nehomogenní rovnice . . . . .	129
6. Homogenní lineární rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty . . . . .	133
7. Nehomogenní lineární rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty . . . . .	138
8. Lineární kmity . . . . .	146
8.1. Jednoduchý harmonický pohyb . . . . .	147
8.2. Tlumený jednoduchý harmonický pohyb . . . . .	149
9. Některá jiná použití diferenciálních rovnic druhého řádu .	154
9.1. Matematické kyvadlo . . . . .	154
9.2. Výboj kondenzátoru . . . . .	156
9.3. Rovnice pro střídavý proud . . . . .	157
10. Eulerova diferenciální rovnice . . . . .	158

## ČÁST III

<b>Obyčejné diferenciální rovnice <math>n</math>-tého řádu . . . . .</b>	<b>160</b>
1. Definice a příklady . . . . .	160
2. Nejjednodušší typy diferenciálních rovnic $n$ -tého řádu . .	161
2.1. Diferenciální rovnice typu $y^{(n)} = f(x)$ . . . . .	161
2.2. Diferenciální rovnice typu $y^{(n)} = f(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n-1)})$ , $k \geq 1$ . . . . .	162
2.3. Diferenciální rovnice typu $y^{(n)} = f(y^{(n-2)}, y^{(n-1)})$ . . . .	163
2.4. Diferenciální rovnice typu $y^{(n)} = f(y^{(n-2)})$ . . . . .	163
3. Lineární rovnice $n$ -tého řádu . . . . .	163
4. Homogenní lineární rovnice $n$ -tého řádu s konstantními koeficienty . . . . .	168
5. Nehomogenní rovnice s konstantními koeficienty . . . . .	170
6. Eulerova diferenciální rovnice . . . . .	171
7. Přibližné řešení pomocí nekonečných řad . . . . .	172

## ČÁST IV

<b>Soustavy obyčejných diferenciálních rovnic . . . . .</b>	<b>177</b>
1. Soustavy obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu v Cauchyově normálním tvaru. . . . .	177
2. Další soustavy rovnic prvního řádu. . . . .	182
3. Soustavy diferenciálních rovnic vyšších řádů. . . . .	185

## ČÁST V

<b>Operátorová metoda řešení diferenciálních rovnic . . . . .</b>	<b>187</b>
1. Pojem operátoru a jeho základní vlastnosti . . . . .	187
2. Další vlastnosti operátorů . . . . .	190
3. Použití operátoru při řešení lineárních rovnic s konstantními koeficienty. . . . .	194
4. Řešení soustav lineárních rovnic s konstantními koeficienty operátorovou metodou . . . . .	205
Literatura . . . . .	208