

# Obsah

<b>1</b>	<b>Předmluva k druhému vydání</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>Mnohočleny a algebraické rovnice</b>	<b>9</b>
2.1	Pojem mnohočlenu (polynomu) . . . . .	9
2.2	Algebraické operace s polynomy . . . . .	11
2.3	Podíl dvou polynomů . . . . .	12
2.4	Hornerův algoritmus . . . . .	13
2.5	Algebraické rovnice . . . . .	15
2.5.1	Kořen rovnice a základní věta algebry . . . . .	15
2.5.2	Vlastnosti kořenů algebraické rovnice s reálnými koeficienty . . . . .	17
2.6	Souvislost kořenů a koeficientů algebraické rovnice . . . . .	18
2.7	Cvičení . . . . .	19
2.8	Kontrolní otázky . . . . .	20
<b>3</b>	<b>Maticový počet</b>	<b>21</b>
3.1	Pojem matice . . . . .	21
3.2	Vlastnosti matic . . . . .	21
3.2.1	Rovnost matic . . . . .	21
3.2.2	Transponování matic . . . . .	22
3.2.3	Význačné matice . . . . .	23
3.3	Aritmetické operace s maticemi . . . . .	24
3.3.1	Součet matic . . . . .	24
3.3.2	Násobení matice číslem . . . . .	25
3.3.3	Součin matic . . . . .	26
3.4	Determinant čtvercové matice . . . . .	29
3.4.1	Definice determinantu . . . . .	29
3.4.2	Sarrusovo pravidlo . . . . .	31
3.4.3	Další způsoby výpočtu determinantu . . . . .	33
3.4.4	Vlastnosti determinantů . . . . .	35
3.5	Inverzní matice . . . . .	37
3.5.1	Regulární a singulární matice, inverzní matice . . . . .	37
3.5.2	Vlastnosti inverzní matice . . . . .	38
3.6	Cvičení . . . . .	39
3.7	Kontrolní otázky . . . . .	42

<b>4 Soustavy lineárních rovnic</b>	<b>44</b>
4.1 Základní pojmy . . . . .	44
4.2 Metody řešení soustav lineárních rovnic . . . . .	47
4.2.1 Elementární úpravy matic . . . . .	47
4.2.2 Gaussova eliminační metoda . . . . .	48
4.2.3 Podmínky řešitelnosti soustavy lineárních rovnic . . . . .	51
4.2.4 Cramerovo pravidlo . . . . .	53
4.3 Soustavy lineárních rovnic s parametrem . . . . .	55
4.4 Výpočet inverzní matice . . . . .	57
4.4.1 Výpočet inverzní matice eliminací . . . . .	57
4.4.2 Výpočet inverzní matice pomocí determinantu . . . . .	61
4.5 Cvičení . . . . .	62
4.6 Kontrolní otázky . . . . .	64
<b>5 Vlastní čísla a vlastní vektory matic</b>	<b>65</b>
5.1 Charakteristický polynom a charakteristická rovnice matic . . . . .	65
5.2 Výpočet vlastních čísel matic . . . . .	65
5.3 Vlastní vektory matic . . . . .	67
5.4 Cvičení . . . . .	69
5.5 Kontrolní otázky . . . . .	69
<b>6 Vektorový počet</b>	<b>71</b>
6.1 Euklidovský prostor $E_3$ . . . . .	71
6.2 Vázaný a volný vektor . . . . .	72
6.3 Souřadnice vektoru a algebraické operace s vektory . . . . .	73
6.4 Vektorové zaměření prostoru $E_3$ a ortonormální báze . . . . .	75
6.5 Lineární závislost a nezávislost vektorů . . . . .	76
6.6 Báze a dimenze . . . . .	77
6.7 Skalární součin vektorů . . . . .	77
6.8 Vektorový součin . . . . .	80
6.9 Smíšený součin . . . . .	83
6.10 Lagrangeova identita a Cauchyova nerovnost . . . . .	86
6.11 Cvičení . . . . .	86
6.12 Kontrolní otázky . . . . .	89

<b>7</b>	<b>Analytická geometrie lineárních útvarů v <math>\mathbb{E}_3</math></b>	<b>90</b>
7.1	Rovnice přímky . . . . .	90
7.1.1	Vektorová rovnice přímky . . . . .	90
7.1.2	Parametrické vyjádření přímky . . . . .	90
7.2	Vzájemná poloha dvou přímk . . . . .	92
7.3	Rovina . . . . .	94
7.3.1	Vektorová rovnice roviny . . . . .	94
7.3.2	Parametrické vyjádření roviny . . . . .	95
7.3.3	Hessův normálový tvar rovnice roviny . . . . .	95
7.3.4	Obecná rovnice roviny . . . . .	95
7.3.5	Úsekový tvar rovnice roviny . . . . .	96
7.4	Vzájemná poloha dvou rovin, průsečnice dvou rovin . . . . .	98
7.5	Geometrická interpretace Gaussovy eliminace . . . . .	100
7.6	Vzájemná poloha přímky a roviny . . . . .	102
7.7	Vzdálenost bodů, přímek a rovin . . . . .	103
7.7.1	Vzdálenost bodů $A, B$ . . . . .	104
7.7.2	Vzdálenost bodu $A$ od přímky $q$ . . . . .	104
7.7.3	Vzdálenost bodu $B$ od roviny $\alpha$ . . . . .	106
7.7.4	Vzdálenost rovnoběžných přímek $p$ a $q$ . . . . .	106
7.7.5	Vzdálenost mimoběžných přímek $q$ a $r$ . . . . .	107
7.7.6	Vzdálenost přímky $p$ od rovnoběžné roviny $\beta$ . . . . .	108
7.7.7	Vzdálenost rovnoběžných rovin $\alpha$ a $\beta$ . . . . .	108
7.8	Odhylky přímek a rovin . . . . .	108
7.8.1	Odhylka přímek $p$ a $q$ . . . . .	109
7.8.2	Odhylka přímky $p$ a roviny $\alpha$ . . . . .	109
7.8.3	Odhylka rovin $\alpha$ a $\beta$ . . . . .	110
7.9	Příčky mimoběžek . . . . .	110
7.9.1	Příčka mimoběžek $a, b$ bodem $M$ . . . . .	111
7.9.2	Příčka mimoběžek $a, b$ rovnoběžná s přímkou $c$ . . . . .	111
7.9.3	Nejkratší příčka mimoběžek $a, b$ . . . . .	112
7.10	Cvičení . . . . .	112
7.11	Kontrolní otázky . . . . .	116
<b>8</b>	<b>Geometrická zobrazení a transformace souřadnic</b>	<b>118</b>
8.1	Transformace kartézského systému souřadnic . . . . .	119
8.2	Homogenní souřadnice . . . . .	122
8.3	Geometrické transformace v $\mathbb{E}_2$ , resp. v $P(\mathbb{E}_2)$ . . . . .	123
8.3.1	Posunutí neboli translace . . . . .	123

8.3.2	Otáčení neboli rotace okolo bodu . . . . .	124
8.3.3	Osová souměrnost . . . . .	124
8.3.4	Změna měřítka neboli dilatace . . . . .	125
8.3.5	Obecná affiní transformace . . . . .	125
8.3.6	Skládání transformací . . . . .	127
8.3.7	Inverzní geometrická transformace . . . . .	128
8.4	Geometrické transformace v $E_3$ , resp. v $P(E_3)$ . . . . .	128
8.4.1	Posunutí neboli translace . . . . .	128
8.4.2	Otáčení neboli rotace okolo osy . . . . .	128
8.4.3	Souměrnost podle roviny . . . . .	129
8.4.4	Dilatace . . . . .	130
8.4.5	Obecná affiní transformace a projektivní transformace . . . . .	130
8.5	Skládání transformací a inverzní transformace . . . . .	131
8.6	Cvičení . . . . .	133
8.7	Kontrolní otázky . . . . .	135
<b>9</b>	<b>Některé nekartézské souřadnicové soustavy</b> . . . . .	<b>136</b>
9.1	Sférické souřadnice . . . . .	136
9.2	Cylindrické souřadnice . . . . .	137
9.3	Využití nekartézských souřadnic . . . . .	137
9.4	Cvičení . . . . .	137
9.5	Kontrolní otázky . . . . .	138
<b>10</b>	<b>Nelineární útvary v rovině a v prostoru</b> . . . . .	<b>139</b>
10.1	Vektorové a parametrické vyjádření křivek . . . . .	139
10.1.1	Kružnice . . . . .	140
10.1.2	Elipsa . . . . .	142
10.1.3	Parabola . . . . .	143
10.1.4	Hyperbola . . . . .	144
10.1.5	Obecná rovnice kuželosečky . . . . .	145
10.2	Vektorové vyjádření kuželových, válcových a rotačních ploch . . . . .	149
10.2.1	Obecná kuželová plocha . . . . .	149
10.2.2	Obecná válcová plocha . . . . .	150
10.2.3	Rotační plocha . . . . .	150
10.3	Rotační plochy druhého stupně (kvadriky) v $E_3$ . . . . .	151
10.3.1	Kulová plocha . . . . .	152
10.3.2	Rotační elipsoid . . . . .	152

10.3.3 Rotační paraboloid . . . . .	152
10.3.4 Rotační hyperboloid jednodílný . . . . .	153
10.3.5 Rotační hyperboloid dvoudílný . . . . .	153
10.4 Obecná rovnice kvadriky . . . . .	153
10.5 Kuželosečky a kvadriky v obecné poloze . . . . .	160
10.6 Cvičení . . . . .	164
10.7 Kontrolní otázky . . . . .	166

## **11 Použité a doporučené informační zdroje** 167

Právě v tomto místě bychom rádi upozornili na využití knihy „Vektory a kovektory v geometrických a fyzikálních aplikacích“ od prof. Ing. Jana Šípka, Ph.D., a Mgr. Pavla Šípka, Ph.D., kterou jsme vydali v roce 2011. V knize je obsaženo mnoho zajímavých informací o vektorech a kovektorech, které budou využity v dalších kapitolách. Knihu lze zakoupit v nakladatelství MATEON s.r.o. v Bratislavě nebo online na [www.mateon.sk](http://www.mateon.sk). V knize je také uvedena i možnost zakoupení elektronické verze knihy.

Výše uvedené informace o vektorech a kovektorech byly vytvořeny pro studenty vyučujícími matematiku a fyziku na vysokých školách. V knize je obsaženo mnoho zajímavých informací o vektorech a kovektorech, které budou využity v dalších kapitolách. Knihu lze zakoupit v nakladatelství MATEON s.r.o. v Bratislavě nebo online na [www.mateon.sk](http://www.mateon.sk). V knize je také uvedena i možnost zakoupení elektronické verze knihy.

Na konci knihy je uveden i seznam použitých literatury a dalších informací, které budou využity v dalších kapitolách. Knihu lze zakoupit v nakladatelství MATEON s.r.o. v Bratislavě nebo online na [www.mateon.sk](http://www.mateon.sk).

Autorem knihy je doc. Ing. Ján Šípek, Ph.D., a Mgr. Pavol Šípek, Ph.D. V knize je obsaženo mnoho zajímavých informací o vektorech a kovektorech.

Autorem knihy je doc. Ing. Ján Šípek, Ph.D., a Mgr. Pavol Šípek, Ph.D. V knize je obsaženo mnoho zajímavých informací o vektorech a kovektorech.