

OBSAH

PŘEDMLUVA	14
KAP. I. NUMERICKÉ METODY LINEÁRNÍ ALGEBRY	17
1. Úvod	17
1.1. Lineární rovnice	17
1.2. Vlastní čísla matic	18
2. Řešení soustav lineárních rovnic	21
2.1. Přímé metody	22
2.1.1. Gaussova eliminace — základní algoritmus	22
2.1.2. Gaussova eliminace — algoritmus pro ruční počítání	24
2.1.3. Trojúhelníkový rozklad	25
2.1.4. Choleského metoda	27
2.1.5. Gaussova eliminace pro pásové matice	27
2.1.6. Metoda cyklické redukce	29
2.2. Maticové iterační metody	30
2.2.1. Jacobiova metoda	30
2.2.2. Gaussova-Seidelova metoda	31
2.2.3. Superrelaxační metoda	31
2.2.4. Metoda střídavých směrů	32
2.3. Gradientní iterační metody	33
2.3.1. Metoda největšího spádu	33
2.3.2. Metoda sdružených gradientů	34
2.4. Inverze matic	34
2.4.1. Inverze matice trojúhelníkovým rozkladem	35
2.4.2. Inverze matice rozdělením na bloky	35
3. Výpočet vlastních čísel a vlastních vektorů matic	36
3.1. Metody konstrukce charakteristického polynomu	36
3.1.1. Krylova metoda	36
3.1.2. Le Verrierova metoda	36
3.2. Metody výpočtu dominantního vlastního čísla	37
3.2.1. Mocninná metoda	37
3.2.2. Rayleighův podíl	38
3.2.3. Redukční metody	38
3.3. Vlastní čísla a vlastní vektory symetrických matic	39
3.3.1. Jacobiova metoda	39
3.3.2. Givensova metoda	41
3.3.3. Householderova metoda	42

3.3.4.	Výpočet vlastních vektorů třídiagonálních matic	44
3.4.	Metody pro obecné matice	45
3.4.1.	Lanczosova metoda	45
3.4.2.	Modifikovaná Lanczosova metoda	47
3.4.3.	Wilkinsova metoda	48
3.4.4.	Metody Jacobiova typu	49
3.5.	Některé speciální metody	50
3.5.1.	LR-transformace	50
3.5.2.	QR-transformace	52
3.6.	Metoda inverzních iterací	54
	Poznámky k literatuře	55
	Literatura	56
KAP. II. INTERPOLACE, APROXIMACE, NUMERICKÉ DERIVOVÁNÍ A NUMERICKÁ KVADRATURA		58
1.	Úvod	58
2.	Interpolace	59
2.1.	Polynomiální interpolace	59
2.1.1.	Lagrangeův interpolační vzorec	60
2.1.2.	Hermitův interpolační vzorec	60
2.1.3.	Speciální interpolační vzorce pro ekvidistantní uzly	61
2.2.	Trigonometrická interpolace	63
2.2.1.	Rychlá Fourierova transformace	64
2.3.	Interpolace pomocí spline-funkcí	65
3.	Aproximace metodou nejmenších čtverců	66
3.1.	Polynomiální aproximace	67
3.1.1.	Obecné polynomy	67
3.1.2.	Ortogonální polynomy	68
3.2.	Aproximace trigonometrickými polynomy	72
4.	Čebyševova aproximace	74
4.1.	Základní věty	74
4.2.	Remezův algoritmus	75
4.3.	Některé polynomiální aproximace	77
4.3.1.	Čebyševovy rozvoje	77
4.3.2.	Ekonomizovaná mocinná řada	77
5.	Numerický výpočet derivace	78
5.1.	Základní vzorce pro numerické derivování	78
5.2.	Některé další jednoduché vzorce	79
6.	Numerická kvadratura	80
6.1.	Gaussův kvadraturní vzorec	81
6.1.1.	Legendrův-Gaussův kvadraturní vzorec	83

6.1.2.	Laguerrův-Gaussův kvadraturní vzorec	84
6.1.3.	Hermitův-Gaussův kvadraturní vzorec	85
6.1.4.	Čebyševův-Gaussův kvadraturní vzorec	86
6.2.	Kvadraturní vzorce s omezeními	86
6.2.1.	Radaův a Lobattův kvadraturní vzorec	87
6.2.2.	Čebyševova kvadratura	88
6.2.3.	Newtonovy-Cotesovy kvadraturní vzorce	89
6.3.	Složené kvadraturní vzorce	91
6.3.1.	Lichoběžníkové pravidlo	91
6.3.2.	Simpsonovo pravidlo	92
6.4.	Rombergův kvadraturní vzorec	92
6.4.1.	Richardsonova extrapolace	93
6.4.2.	Rombergův kvadraturní vzorec	94
	Poznámky k literatuře	96
	Literatura	96
KAP. III. ŘEŠENÍ NELINEÁRNÍCH ROVNIC		98
1.	Úvod	98
2.	Obecná nelineární rovnice	99
2.1.	Vždy konvergentní metody	99
2.1.1.	Metoda půlení	99
2.1.2.	Metoda regula falsi	100
2.2.	Metody vyššího řádu konvergence	101
2.2.1.	Aitkenův δ^2 -proces	101
2.2.2.	Metoda sečen	101
2.2.3.	Newtonova metoda	102
2.2.4.	Obecnější iterační metody	102
2.3.	Iterační metody pro násobný kořen	104
3.	Soustavy nelineárních rovnic	104
4.	Kořeny polynomů	105
4.1.	Lokalizace kořenů	106
4.2.	Vždy konvergentní metody	107
4.2.1.	Hornerovo schéma	108
4.2.2.	Lehmerova-Schurova metoda	109
4.2.3.	Graeffova metoda	111
4.2.4.	Lineární diferenční rovnice a Bernoulliiova metoda	114
4.2.5.	Laguerrova metoda	119
4.3.	Metody vyžadující dobrou aproximaci kořene	120
4.3.1.	Metoda sečen a Newtonova metoda	120
4.3.2.	Bairstowova metoda	120
4.4.	Kombinované metody	122
	Poznámky k literatuře	123
	Literatura	123

KAP. IV. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ OBYČEJNÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC — ÚLOHY S POČÁTEČNÍMI PODMÍNKAMI	124
1. Úvod	124
2. Obecná jedнокroková metoda	130
2.1. Metoda Taylorova rozvoje	133
2.2. Rungovy-Kuttovy metody	134
2.2.1. Klasické Rungovy-Kuttovy metody	136
2.2.2. Rungovy-Kuttovy metody vyššího řádu	138
2.2.3. Odhad chyby Rungových-Kuttových metod	139
2.2.4. Speciální Rungovy-Kuttovy metody	143
2.2.5. Implicitní Rungovy-Kuttovy metody	145
3. Lineární mnohokrokové metody	147
3.1. Obecná lineární mnohokroková metoda	147
3.1.1. Konvergence mnohokrokové metody	149
3.1.2. Odhad chyby	152
3.1.3. Asymptotické chování chyby	153
3.1.4. Stabilita při pevné velikosti integračního kroku	156
3.1.5. Optimální mnohokrokové metody	157
3.2. Metody založené na numerické integraci	159
3.2.1. Adamsova-Bashforthova metoda	159
3.2.2. Adamsova-Moultonova metoda	160
3.2.3. Nyströмова metoda	162
3.2.4. Milnova-Simpsonova metoda	163
3.3. Metody založené na numerickém derivování	164
3.4. Další speciální mnohokrokové metody	165
3.4.1. Explicitní metody	166
3.4.2. Implicitní metody	166
3.5. Užití lineárních mnohokrokových metod	167
3.5.1. Metody prediktor-korektor	168
3.5.2. Lokální chyba a stabilita metod prediktor-korektor	170
3.5.3. Volba integračního kroku	172
3.5.4. Některé konkrétní prediktory a korektory	173
3.5.5. Změna integračního kroku	176
3.6. Porovnání lineárních mnohokrokových metod a Rungových-Kuttových metod	178
4. Extrapoláční metody	181
4.1. Polynomiální extrapolace	182
4.2. Racionální extrapolace	184
4.3. Aplikace na řešení diferenciálních rovnic	184
5. Metody pro řešení speciálních problémů	186
5.1. Obreškovovy metody	186
5.2. Diferenciální rovnice s periodickými řešeními	188
5.3. Diferenciální rovnice, jejichž řešení mají singularity	190

6.	Soustavy diferenciálních rovnic a problematika silného tlumení	191
6.1.	Lineární mnohokrokové metody	191
6.2.	Rungovy-Kuttovy metody	192
6.3.	Problematika řešení diferenciálních rovnic se silným tlumením	193
7.	Lineární mnohokrokové metody pro řešení speciálních diferenciálních rovnic druhého řádu.....	200
7.1.	Obecná k -kroková metoda	201
7.2.	Speciální metody	203
7.2.1.	Störmerova metoda	203
7.2.2.	Cowellova metoda	204
7.2.3.	Některé další speciální metody	205
7.3.	Užití mnohokrokových metod	205
	Poznámky k literatuře	206
	Literatura	207

KAP. V. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ OBYČEJNÝCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC – OKRAJOVÉ ÚLOHY

209

1.	Úvod	209
2.	Metody založené na převodu na úlohy s počátečními podmínkami	213
2.1.	Metoda střelby	213
2.1.1.	Okrajová úloha pro rovnici druhého řádu	213
2.1.2.	Obecná okrajová úloha	215
2.1.3.	Lineární okrajová úloha	218
2.1.4.	Obtíže spojené s metodou střelby	219
2.2.	Střelba na více cílů	221
2.3.	Metoda přesunu okrajové podmínky	225
2.3.1.	Diferenciální rovnice druhého řádu	225
2.3.2.	Obecná soustava lineárních diferenciálních rovnic	229
2.3.3.	Obecnější okrajové podmínky	230
2.3.4.	Metoda přesunu v nelineárním případě	232
2.3.5.	Obtíže spojené s metodou přesunu	233
2.4.	Metoda normalizovaného přesunu	233
2.4.1.	Diferenciální rovnice druhého řádu	233
2.4.2.	Obecná soustava lineárních diferenciálních rovnic	239
3.	Metoda sítí	243
3.1.	Lineární diferenciální rovnice druhého řádu	245
3.1.1.	Monotónní matice	245
3.1.2.	Sestavení diferenčních rovnic	247
3.1.3.	Řešení vzniklých soustav lineárních rovnic	254
3.2.	Lineární diferenciální rovnice čtvrtého řádu	256
3.2.1.	Sestavení diferenčních rovnic	257

3.2.2.	Řešení vzniklých soustav	259
3.3.	Nelineární diferenciální rovnice	261
3.3.1.	Diferenciální rovnice (3.3)	261
3.3.2.	Diferenciální rovnice (3.55)	262
4.	Variační metody	264
4.1.	Variační formulace okrajových úloh	265
4.1.1.	Lineární diferenciální rovnice druhého řádu	265
4.1.2.	Lineární diferenciální rovnice vyšších řádů	268
4.1.3.	Nelineární diferenciální rovnice	270
4.1.4.	Jiné typy okrajových podmínek	270
4.2.	Základní přibližné metody	271
4.2.1.	Ritzova metoda	271
4.2.2.	Galerkinova metoda	273
4.3.	Metoda konečných prvků	274
4.3.1.	Aproximace po částech lineárními funkcemi	275
4.3.2.	Aproximace Hermitova typu	278
4.3.3.	Aproximace klasickými kubickými spline-funcemi	280
4.3.4.	Některé praktické otázky spojené s metodou konečných prvků	282
4.4.	Kolokační metoda	285
5.	Problém vlastních čísel	286
	Poznámky k literatuře	290
	Literatura	292
KAP. VI. PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE ELIPTICKÉHO TYPU		294
1.	Úvod	294
2.	Metoda sítí	296
2.1.	Lineární rovnice druhého řádu	297
2.1.1.	Sestavení diferenčních rovnic	297
2.1.2.	Přepis okrajových podmínek	304
2.1.3.	Metody zvýšené přesnosti, jiné tvary sítí	311
2.2.	Lineární rovnice čtvrtého řádu	313
2.2.1.	Sestavení diferenčních rovnic	313
2.2.2.	Přepis okrajových podmínek	314
2.3.	Problematika konvergence a odhadů chyb	315
2.4.	Řešení vzniklých soustav lineárních rovnic	319
2.4.1.	Přímé metody	321
2.4.2.	Iterační metody	324
2.5.	Metoda přímeek	332
3.	Variační metody	333
3.1.	Variační formulace okrajových úloh	334
3.1.1.	Diferenciální rovnice druhého řádu	334
3.1.2.	Diferenciální rovnice čtvrtého řádu	339

3.1.3.	Soustavy diferenciálních rovnic	340
3.1.4.	Jiné typy okrajových podmínek, nehomogenní okrajové podmínky	341
3.2.	Základní přibližné metody	342
3.2.1.	Ritzova metoda	342
3.2.2.	Galerkinova metoda	343
3.2.3.	Metoda nejmenších čtverců	344
4.	Metoda konečných prvků	345
4.1.	Trojúhelníkové prvky	349
4.1.1.	Lineární Lagrangeův prvek	349
4.1.2.	Kvadratický Lagrangeův prvek	352
4.1.3.	Kubický Lagrangeův prvek	353
4.1.4.	Obecný Lagrangeův prvek	355
4.1.5.	Referenční trojúhelník	356
4.1.6.	Izoparametrické Lagrangeovy prvky	358
4.1.7.	Hermitův prvek	360
4.1.8.	Trikubický Hermitův prvek	361
4.1.9.	Prostory konečných prvků pro řešení rovnic vyšších řádů	362
4.2.	Obdélníkové a čtyřúhelníkové prvky	364
4.2.1.	Obdélníkové Lagrangeovy prvky	364
4.2.2.	Obdélníkové Hermitovy prvky	366
4.2.3.	Izoparametrické čtyřúhelníkové prvky	367
4.3.	Třídímenzionální prvky	368
4.3.1.	Čtyřstěnné prvky	369
4.3.2.	Šestistěnné prvky	371
4.4.	Algoritmické otázky spojené s metodou konečných prvků	372
5.	Problém vlastních čísel	373
	Poznámky k literatuře	375
	Literatura	377

KAP. VII. PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE PARABOLICKÉHO TYPU

1.	Úvod	379
2.	Metoda sítí	380
2.1.	Jedna prostorová proměnná	381
2.1.1.	Rovnice pro vedení tepla	381
2.1.2.	Obecná parabolická rovnice	392
2.2.	Dvě a více prostorových proměnných	398
2.2.1.	Základní metody	398
2.2.2.	Metody sřídavých směrů	401
2.2.3.	Lokálně jednorozměrné metody	405
3.	Semidiskrétní metody	405
3.1.	Semidiskrétní metody Galerkinova typu	406

3.1.1.	Diskretizace typu L_2	406
3.1.2.	Diskretizace typu H^1	411
3.2.	Klasická metoda přímek	412
3.2.1.	Metoda přímek pro rovnici pro vedení tepla	413
3.2.2.	Numerovova metoda	414
3.3.	Metody Rotheova typu	415
3.3.1.	Klasická Rotheova metoda	416
3.3.2.	Zobecněná Rotheova metoda	417
	Poznámky k literatuře	418
	Literatura	419

KAP. VIII. PARCIÁLNÍ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE HYPERBOLICKÉHO TYPU..... 421

1.	Úvod	421
1.1.	Soustavy hyperbolických rovnic prvního řádu	422
1.1.1.	Vlnová rovnice	424
1.1.2.	Jednodimenzionální izotropní proudění	425
1.2.	Hyperbolické rovnice druhého řádu	426
2.	Numerické řešení dvoudimenzionálních hyperbolických soustav	428
2.1.	Metoda sítí	428
2.1.1.	Jedna diferenciální rovnice	428
2.1.2.	Soustava rovnic s konstantními koeficienty	433
2.1.3.	Případ proměnných koeficientů	434
2.1.4.	Kvazilineární soustavy	435
2.2.	Metoda charakteristik	437
2.2.1.	Cauchyova úloha	438
2.2.2.	Goursatova úloha	441
2.2.3.	Smišené úlohy	442
3.	Metoda sítí pro třídimenzionální hyperbolické soustavy	444
3.1.	Explicitní metody	445
3.2.	Implicitní metody	446
3.2.1.	Wendroffova metoda	446
3.2.2.	Metoda Crankova-Nicholsonova typu	447
3.2.3.	Metody střídavých směrů	447
4.	Hyperbolické rovnice druhého řádu	451
4.1.	Metoda sítí v jedné prostorové dimenzi	452
4.1.1.	Explicitní metoda	453
4.1.2.	Implicitní metody	455
4.2.	Metoda sítí pro dvou a vícedimenzionální problémy	457
4.2.1.	Explicitní metoda	458
4.2.2.	Implicitní metody	459
4.2.3.	Metody střídavých směrů	461

4.2.4.	Vícedimenzionální problémy	462
4.3.	Semidiskrétní metody	464
4.3.1.	Semidiskrétní metody Galerkinova typu	464
4.3.2.	Klasická metoda přímek	466
4.3.3.	Rotheova metoda	467
	Poznámky k literatuře	468
	Literatura	468
KAP. IX. NUMERICKÉ ŘEŠENÍ INTEGRÁLNÍCH ROVNIC		470
1.	Úvod	470
2.	Fredholmovy rovnice druhého druhu	474
2.1.	Užití kvadraturních vzorců	474
2.2.	Další metody převodu na soustavy lineárních rovnic	479
2.2.1.	Metoda degenerovaného jádra	479
2.2.2.	Kolokační metoda	481
2.2.3.	Galerkinova metoda	482
2.2.4.	Metoda nejmenších čtverců	483
2.3.	Výpočet charakteristických čísel	483
2.3.1.	Užití kvadraturních vzorců	486
2.3.2.	Kellogova metoda	487
2.3.3.	Variační metody	488
2.4.	Nelineární integrální rovnice	491
3.	Fredholmovy rovnice prvního druhu	491
4.	Singulární integrální rovnice	493
4.1.	Rovnice s Hilbertovým jádrem	493
4.1.1.	Případ $K(x, s) \equiv 0$	494
4.1.2.	Obecný případ	494
4.2.	Rovnice s Cauchyovým jádrem	495
4.2.1.	Případ $K(t, \zeta) \equiv 0$	495
4.2.2.	Obecný případ	495
5.	Volterrovy integrální rovnice	496
5.1.	Volterrovy rovnice druhého druhu	496
5.1.1.	Užití kvadraturních vzorců	496
5.1.2.	Metoda postupných aproximací	497
5.2.	Volterrovy rovnice prvního druhu	498
	Poznámky k literatuře	499
	Literatura	499
	Jmenný rejstřík	501
	Věcný rejstřík	506