

OBSAH

Předmluva	7
Kapitola 1 Teorie diferenciálních rovnic prvního řádu	9
1. Úvod	9
2. Věta o existenci a jednoznačnosti	10
3. Globální věta o existenci a jednoznačnosti, charakteristiky	13
4. Závislost řešení na počátečních podmínkách	17
5. Existence řešení pro případ spojitě pravé strany	20
6. Některé elementární metody integrace vybraných typů diferenciálních rovnic prvního řádu	23
6.1 Rovnice typu $\dot{x} = h(t)$	23
6.2 Rovnice typu $\dot{x} = k(x)$	24
6.3 Speciální případ rovnice typu $\dot{x} = p(t, x)/q(t, x)$	29
6.4 Lineární diferenciální rovnice prvního řádu	31
6.4.1 Homogenní lineární diferenciální rovnice	32
6.4.2 Nehomogenní lineární diferenciální rovnice	34
6.5 Rovnice, které se dají převést na lineární	38
6.6 Rovnice se separovanými proměnnými	38
6.7 Rovnice homogenního typu	44
6.8 Rovnice, které lze převést na rovnice homogenního typu	49
6.9 Rovnice Riccatiova	52
6.10 Transformace proměnných	59
7. Cvičení	61
Kapitola 2 Teorie lineárních diferenciálních rovnic n-tého řádu	63
1. Úvod	63
2. Lineární diferenciální rovnice n -tého řádu, věta o existenci a jednoznačnosti	63
3. Homogenní rovnice	64
4. Nehomogenní rovnice	75
5. Některé elementární metody integrace lineárních diferenciálních rovnic n -tého řádu s nekonstantními koeficienty	75
5.1 Metoda založená na znalosti všech funkcí fundamentálního systému	75
5.2 Metoda variace konstant	76
6. Speciální metody řešení lineárních diferenciálních rovnic n -tého řádu s nekonstantními koeficienty	81
6.1 Snížení řádu	81
6.2 Zavedení nové nezávisle proměnné	87
6.3 Zavedení nové neznámé funkce	87
6.4 Převedení lineární diferenciální homogenní rovnice druhého řádu na formálně samoadjungovaný tvar	89
6.5 Převedení lineární diferenciální rovnice druhého řádu na tvar $\ddot{x} + Q(t)x = 0$	90
6.6 Speciální případ - Riccatiova rovnice	91
7. Rovnice s konstantními koeficienty	91
7.1 Homogenní rovnice	92
7.2 Nehomogenní rovnice	96
8. Rovnice, které lze převést na rovnice s konstantními koeficienty	101
8.1 Eulerovy rovnice	101

8.2	Některé další typy lineárních diferenciálních rovnic n -tého řádu, které lze převést na rovnice s konstantními koeficienty	104
9.	Nulové body řešení homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu	105
10.	Cvičení	115
Kapitola 3 Základní pojmy teorie systémů diferenciálních rovnic		117
1.	Úvod	117
2.	Euklidovský prostor, norma, metrika, maticová norma	117
3.	Vektorové a maticové funkce, derivace, integrál	118
4.	Soustavy diferenciálních rovnic prvního řádu	118
5.	Prodloužení řešení, pojem maximálního řešení a charakteristiky, směrové pole	119
Kapitola 4 Soustavy lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu		121
1.	Vymezení pojmů	121
2.	Věta o existenci a jednoznačnosti řešení	121
3.	Vlastnosti množiny řešení soustav lineárních diferenciálních rovnic prvního řádu	125
4.	Řešení nehomogenní soustavy	130
5.	Příklady	131
6.	Cvičení	134
7.	Homogenní lineární diferenciální rovnice prvního řádu s konstantními koeficienty	135
8.	Zobecnění exponenciální funkce a její užití	160
9.	Vlastnosti řešení lineárních homogenních rovnic s konstantními koeficienty	164
10.	Soustavy lineárních nehomogenních diferenciálních rovnic s konstantní maticí	167
11.	Cvičení	169
Kapitola 5 Periodické lineární diferenciální rovnice		171
Kapitola 6 Asymptotický průběh řešení lineárních diferenciálních rovnic		183
Kapitola 7 Lineární diferenciální rovnice n-tého řádu jako speciální případ soustav rovnic prvního řádu		189
1.	Věta o existenci a jednoznačnosti	189
2.	Cvičení	191
Kapitola 8 Okrajové úlohy pro lineární diferenciální rovnice		192
1.	Úvod	192
2.	Formulace úlohy, základní pojmy, obecně nehomogenní okrajové podmínky	192
3.	Homogenní okrajové podmínky	203
4.	Greenova funkce, vlastní funkce a vlastní čísla okrajové úlohy	219
5.	Vlastní čísla a vlastní funkce okrajových úloh	227
6.	Přehled úloh	231
Kapitola 9 Soustavy nelineárních diferenciálních rovnic prvního řádu		233
1.	Existence a jednoznačnost řešení	233
2.	Vlastnosti charakteristických funkcí	241
3.	Diferenciální rovnice s parametrem	244
4.	Cvičení	251
Kapitola 10 Autonomní systémy		253
1.	Úvod	253
2.	Základní vlastnosti autonomních systémů	253
3.	Cvičení	254
Kapitola 11 Stabilita		255
1.	Úvod	255
2.	Pojem Ljapunovské stability triviálního řešení	255
3.	Pojem Ljapunovské stability klidového stavu	260
4.	Kritéria Ljapunovské stability pro lineární soustavy	263
5.	Metoda linearizace nelineárních soustav	267
6.	Exponenciální stabilita	274

Kapitola 12 Diferenciální rovnice n-tého řádu a jejich systémy	277
1. Úvod	277
2. Základní pojmy	277
3. Některé případy diferenciálních rovnic n -tého řádu řešitelné kvadraturami	278
4. Cvičení	280
Kapitola 13 Diferenciální rovnice s absolutně spojitými řešeními	281
1. Úvod	281
2. Základní pojmy	281
3. Lineární rovnice	282
4. Nelineární rovnice	283
Literatura	285

Je opatřeno vydáním z roku 1980 částečně přepracované, opatřeno do-
 lepenkami zvláštní fakulty Univerzity Karlovy v Praze a na základě předlohy pro rozpis výuky
 ve druhém ročníku k přednášce z matematické analýzy v té její části, která je tradičně věnována
 diferenciálním rovnicím - proto jsou první dvě kapitoly skript poměrně rozsáhlé, vypracována byla
 je přiměřeně rozsáhlá. Při výběru látky jsem byl veden především potřebami studijních oborů
 a příkladem k trendu směřujícího směrem k větší abstrakci, zároveň však s ohledem na rozsah
 znalostí studentů po absolvování druhého ročníku. Po zvážení těchto a dalších skutečností, ze-
 jména s ohledem na praktické potřeby oborů a také vzhledem k nýččnosti na obsah přednášky
 z numerických metod, byl zvolen elementární přístup k tématu. Proto také není náročné ve
 skriptech poměrně značné množství příkladů a cvičení. Výběrem látky jsem se snažil, jak je
 možné, patřit s "období, vybrat alespoň základní pojmy teorie diferenciálních rovnic v rozsahu
 oboru. Nově byla k tématu připojena kapitola 14, obsahující výběr základních výsledků z teorie
 diferenciálních rovnic s absolutně spojitými řešeními.

Knížka zde vytištěná je klasická a elementární a existuje mnoho literatury, ve které lze získat
 mnohem náročnější - již se pojetím výkladu a sice i s užitím nových metod. Proto také v závěru uvádím
 velkou část literatury, která jsem použil, též literaturu další, poskytující seznámení s jinými přístupy
 a problémy ve studované oblasti matematiky.

Konečně je mojí náboj povinností poděkovat kolegům panu RNDr. Janu Vráskovi, CSc.
 a doc. RNDr. Karlu Naparovi, CSc. za velmi pečlivé pročištění předlohy pro tisk a za celou řadu
 užitečných připomínek k textu a jeho doplnění.

Praha, dne 20.5.2004

Autor