

# Obsah

## DEFINIČNÍ OBOR FUNKCÍ JEDNÉ PROMĚNNÉ

Příklad 1. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 16) - \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ .

Definiční obor funkcí jedné proměnné .....	5
Definiční obor funkcí dvou proměnných .....	8
Inverzní funkce .....	12
Limity funkcí jedné proměnné .....	15
Derivace funkcí jedné proměnné .....	18
Parciální derivace funkcí dvou proměnných .....	22
Asymptoty grafu funkce jedné proměnné .....	25
Rovnice tečny a normály grafu funkce jedné proměnné .....	28
Tečná rovina a normála grafu funkce dvou proměnných .....	32
Intervaly monotonie a extrémy funkcí jedné proměnné .....	35
Intervaly konvexity a konkávity grafu funkce jedné proměnné .....	38
Extrémy funkcí dvou proměnných .....	41
Vázané extrémy funkcí dvou proměnných .....	44
Průběh funkcí jedné proměnné .....	47
Taylorův rozvoj funkcí jedné proměnné .....	53

**Řešení.** Musí být splněny následující podmínky:  
 $x^2 + 3x - 16 > 0$  a  $x + 2 > 0$ .  
Kvadratické trojčleny v čitateli i jmenovateli rozložíme na součin lineárních činitelů, tj.  $(x-4)(x+4) > 0$ , a dále nerovnici řešíme metodou známou jako "průběh přes prázdnými kolečky", a může být  $x < -4$  a  $x > 4$ .  
Druhá podmínka je jednoduchá, a může být  $x > -2$ .  
Hledaný definiční obor funkce je průběh přes prázdnými kolečky, tj.  $D(f) = (-2, -\frac{1}{2}) \cup (2, 4)$ .

Příklad 3. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}} \ln(x^2 - 3x + 5)$ .

**Řešení.** Musí být splněny následující podmínky:  
 $x + 3 > 0$  a  $x^2 - 3x + 5 > 0$ .  
Opět budeme řešit kvadratické trojčleny v čitateli i jmenovateli rozložením na součin lineárních činitelů, tj.  $(x-1)(x-2) > 0$ , a dále nerovnici řešíme metodou známou jako "průběh přes prázdnými kolečky", a může být  $x < 1$  a  $x > 2$ .  
Druhá podmínka je jednoduchá, a může být  $x > -3$ .  
Hledaný definiční obor funkce je průběh přes prázdnými kolečky, tj.  $D(f) = (-3, 1) \cup (2, \infty)$ .

Další podmínka je  $x > -3$ . První podmínka je splněna pro  $x > 1$ . Průběhem řešení všech podmínek je hledaný definiční obor, tj.  $D(f) = (1, 2) \cup (2, \infty) = (1, \infty)$ .

Příklad 4. Určete definiční obor funkce  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} \ln(\log(x+4))$ .

**Řešení.** Musí být splněny podmínky:  $x - 2 > 0$ , tj.  $x > 2$ ,  $\log(\log(x+4)) > 0$ ,  
 $\log(x+4) > 0$  a  $x+4 > 0$ .  
Z druhé podmínky postupně dostaneme:  $\log(\log(x+4)) > 0$ ,  
 $\log(x+4) > 1$ ,  $x+4 > 10$ , a tudíž  $x > 6$ .  
Třetí a čtvrtá podmínka je tímto automaticky splněna. Hledaný definiční obor je  $D(f) = (6, \infty) \cup (10, \infty) = (6, \infty)$ .