

# OBSAH.

	Strana
<b>I. Promítání orthogonálně na průmětny k sobě kolmé.</b>	
<b>X</b> 1. Úvod . . . . .	1
Odstavec 1. Určování bodů souřadnicemi. 2. Promítání a zobrazování. 3. Roviny souměrnosti a totožnosti. 4. Osy prostorů I—VIII. Množství bodů. 5. Určování, zobrazování a kolikost rovin. 6. Určování a kolikost přímek. Princip duality.	
<b>X</b> 2. Transformace průmětů . . . . .	8
7. Průmětna čtvrtá a pátá. Osa mimoběžek. Otáčení bodu okolo přímky. Zobrazování úhelníků. Odchylka dvou rovin.	
<b>X</b> 3. Další úlohy strojné . . . . .	12
8. Přímka v rovině o daném spádu. Rovina o daných odchylkách od průměten. Trojhran z daných úhlů stěnových. 9. Trojhranu rotační plocha kuželová opsaná a vepsaná. Vepsaná do trojhranu koule daným bodem. 10. Koule tečná ke čtyřem přímkám nebo rovinám.	
<b>X</b> II. Promítání kotované . . . . .	20
11. Bod a přímka. 12. Dvě přímky. 13. Rovina. Přímkou rovina nebo v rovině přímka o určitém spádu. 14. Roviny rovnoběžné. Průsečnice rovin. Pronik přímky s rovinou. 15. Vzdálenost bodu od přímky nebo od roviny. Úhel dvou přímek nebo rovin.	
<b>X</b> III. Axonometrie orthogonální . . . . .	30
16. Axonometrický trojúhelník. Obraz soustavy souřadné. 17. Měřítka redukční pro souřadnice bodové. 18. Redukční úhly. Transformace půdorysu a nárysu předmětu v obraz axonometrický. Isometrie, monodimetrie. 19. Přímka. Vzdálenost bodu od roviny axonometrické $\rho$ . 20. Rovina. Dvě přímky. Roviny rovnoběžné. 21. Průsečnice dvou rovin. Průsečík přímky s rovinou. Axonometrická stopa roviny a přímky. 22. Pravá délka úsečky. 23. Přímky kolmé v rovině $\pi$ . Vzdálenost bodu od roviny. Vzdálenost bodu od přímky. Úhel různoběžek. 24. Kružnice. 25. Kužel. Pronik s rovinou. 26. Osvětlení kužele, plného i dutého. 27. Válec a jeho stíny. Jehlan, hranol. 28. Koule, bod na povrchu. 29. Vlastní stín koule. 30. Stíny vržené.	

#### XIV. Promítání centrálné . . . . . 57

31. Průměty bodů. 32. Přímka. 33. Pravá délka úsečky. Odchylka od průmětny. 34. Dvě přímky. 35, 36. Rovina. 37. Přímka rovnoběžná s rovinou a naopak. 38. Odchylka roviny od průmětny. 39. Přímka kolmá k rovině. Roviny rovnoběžné. Roviny kolmé. 40. Průsečnice rovin. Průsečík přímky s rovinou. Vzdálenost bodu od roviny. Vzdálenost rovin rovnoběžných. 41. Vzdálenost bodu od přímky. Osa mimoběžek. Odchylka přímky od roviny, dvou rovin. 42. Čtverec v rovině. Sklápění roviny do průmětny. Klinogonální promítání shodné. 43. Šestiúhelník. Krychle. Různoběžník průmětem čtverce. Úhelník přetátý rovinou středovou. 44. Jehlan, hranol; geom. osvětlení. Podstava  $\parallel \pi$ . 45. Kružnice. Průmět nebo prostě projektivně. 46. Oklopením do polohy průčelné. Dán-li průmět čtverce vepsaného. 47. Dán průmět čtverce opsaného. Centrálný průmět  $K_1 \cong K$ . 48. Kužel. Osvětlení kužele dutého. Válec v obecné poloze a stíny. 49. Koule a stín vlastní. 50. Podmínky promítání perspektivního.

#### V. Základy geometrie projektivně.

##### 1. O útvech projektivních . . . . . 94

51. Základní útvary řádu prvního, druhého a třetího. 52. Dvojpoměr čtveřiny bodové. Body harmonické. 53. Dvojpoměr čtveřiny paprskové. Papsky harmonické. 54. Úplný čtyřúhelník. Čtveřiny rovinové. 55. Řady a svazky perspektivně nebo prostě projektivně. 56. Projektivně útvary souměrné. Prvky samodružné. 57. Strojění útvarů prostě projektivních. 58. Řady podobné. Řady a svazky shodné.

##### 2. O útvech involučních . . . . . 111

59. Involuční řada hyperbolická. 60. Involuční řada eliptická. Synthetický pojem sdružených bodův imaginárných. Involuce parabolická. 61. Involuce paprskové. Pojem sdružených přímek imaginárných. Involuce pravoúhlá. Involuce rovinová. Roviny imaginární. Uvedení dvou projektivních svazků v polohu involuční.

#### VI. Theorie kuželoseček.

##### 1. Vytvořování křivek 2. stupně a 2. třídy . . . . . 117

62. Výtvar dvou prostě projektivních svazků nebo řad. 63. Promítání řady 2. stupně z jednotlivých bodů téže řady. Věta duální. 64. Hyperbola daná třemi body a směry asymptot nebo asymptotami a jedním bodem. Parabola daná třemi body a směrem osy, nebo dvěma řadami podobnými. 65. Výtvar dvou prostě projektivních svazků rovinových, jichž osy leží v jedné rovině.

##### 2. Věty Pascalova a Brianchonova . . . . . 123

66. Vyjádření a důkazy obou vět. 67. Užití ke konstrukcím kuželoseček z různých dat. 68. Analogické věty o ploše kuželové.

##### 3. Projektivně řady stupně druhého . . . . . 127

69. Proník dvou souměrných svazků projektivních s kuželosečkou, která jde středem svazků. Samodružné prvky dvou souměrných projektivních svazků nebo řad. 70. Průsečky přímky s kuželosečkou danou pěti body. Tečny daným bodem ke kuželosečce určené pěti tečnami.

⊗ 4. Pól a polára . . . . .	129
71. Synthetická definice. Konstrukce. 72. Polární trojúhelník. Involuce indukovaná kuželosečkou na přímce nebo v určitém bodě. 73. Involuce sdružených průměrů. Imaginární body kruhové v nekonečnu. 74. Strojní kuželosečky z průměrů sdružených. 75. Konstrukce pólů a polár na základě os křivky. 76. Pól a polára paraboly. Konstrukce křivky. 77. Osy centrálního eliptického průmětu kružnice.	
⊗ 5. Involuční řady stupně druhého . . . . .	139
78. Pojem. Strojní osy ze dvou dvojic sdružených průměrů. Kuželosečka daná středem a třemi body nebo tečnami. 79. Osy a vrcholy elipsy a hyperboly ze dvou sdružených průměrů.	
⊗ 6. Ohniska kuželoseček . . . . .	143
80. Definice v geometrii polohy. Konstrukce.	
VI. O perspektivní kollineaci.	
⊗ 1. Kollineární soustavy rovinné . . . . .	145
81. Koll. soustavy nesouměrné. 82. Koll. soustavy konjektivní. Kollineace kuželoseček. 83. Soustavy involuční.	
⊗ 2. Oskulační kružnice kuželoseček] . . . . .	150
84. Konstrukce středů křivosti pomocí kollineace. 85. Kružnice oskulační pro vrcholy kuželoseček.	
⊗ 3. Affinní soustavy rovinné . . . . .	152
86. Affinní soustavy a) nesouměrné, b) konjektivní. Vlastnosti útvarů affinních. 87. Affinní kuželosečky. Konstruktivní úlohy o ellipse dané osami, affinitou s kružnicí. 88. Tytéž úlohy na základě sdružených průměrů. 89. Perspektivná podobnost, souměrnost a shodnost soustav rovinných.	
⊗ 4. Kollineární soustavy prostorové . . . . .	157
90. Pojem a konstrukce. 91. Prostory affinní; vlastnosti affinních těles. Symetrie dle roviny. Perspektivná podobnost, souměrnost a shodnost prostorů.	
XVIII. O plochách druhého stupně vůbec.	
⊗ 1. Vlastnosti obecné . . . . .	160
92. Stupeň plochy vůbec. Tečna, tečná rovina. Plochy nepřímkové, rozvinutelné a sborcené. 93. Pól a rovina polární. Střed plochy. Průměry, roviny diametrální a hlavní, osy. 94. Sdružené poláry. Tečná plocha kuželová nebo válcová. Dvě kuželosečky na ploše.	
⊗ 2. Sborcené svazky a plochy stupně druhého . . . . .	165
95. Výtvar dvou projektivních řad na osách mimoběžných. Dvě soustavy povrchových přímek. Hyperboloid a hyperbolický paraboloid. 96. Příčka čtyř mimoběžek. Kollineární transformace ploch 2. stupně.	
IX. Plochy rotační.	
⊗ 1. Rotační plochy stupně druhého . . . . .	168
97. Rotační elipsoid. Bod na ploše, tečná rovina, normála. 98. Proniky s rovinou a s přímkou. 99. Osvětlení rovnoběžné. 100. centrálné. 101. Tečné roviny	

danou přímkou, 102. rovnoběžné s danou rovinou. 103. Rotační paraboloid, osvětlení centrálné, průsečky s přímkou, tečné roviny přímkou. 104. Osvětlení rovnoběžné. 105. Rotační hyperboloid sborcený; vlastnosti plochy. Kužel asymptotický. 106. Obraz axonometrický. Proniky s rovinami. 107. Osvětlení rovnoběžné a centrálné. 108. Průsečky s přímkou. Tečná rovina danou přímkou. 109. Tečné roviny rovnoběžné s danou rovinou. 110. Rotační hyperboloid dvoj-  
plochy, pronik s rovinou, osvětlení centrálné.

2. Rotační plochy stupně  $> 2$  . . . . . 190

111. Rotační annuloid; pronik s rovinou vůbec, s rovinou bitangenciální zvlášť. 112. Osvětlení rovnoběžné. 113. Řešení jiná. 114. Osvětlení centrálné. 115. Společné tečné roviny dvou ploch.

3. Společné proniky dvou ploch rotačních . . . . . 200

116. Vlastnosti obecné. Případy speciální. Dotyk každých dvou koulí. 117. Osy ploch jsou rovnoběžny, 118. různoběžny, 119. mimoběžny. 120. Pronik plochy rotační s plochou kuželovou nebo válcovou. Prostorová křivka stupně třetího.

X. Plochy druhého stupně obecné (nerotační) . . . . . 207

121. Trojosý ellipsoid. Bod na povrchu, tečná rovina a normála. 122. Pronik s rovinou. Průseky kruhové. Ellipsoid promítnouti do kruhu. 123. Osvětlení rovnoběžné a centrálné. 124. Eliptický paraboloid. Osvětlení rovnoběžné a 125. centrálné. Průměty eliptických průseků na libovolnou rovinu směrem osy paraboloidu jsou ellipsy homothetické. Tečné roviny přímkou. 126. Kruhové průseky. Trojosý hyperboloid dvojdílný daný křivkami hlavními. Kruhové průseky na kuželi a válci. 127. Trojosý hyperboloid jednodílný čili sborcený. Osvětlení rovnoběžné a 128. centrálné. Tečné roviny přímkou. 129. Hyperboloid daný třemi mimoběžkami. Bod na ploše, tečná rovina, obrys. 130. Konstrukce středu a os. 131. Hyperbolický paraboloid, rovina tečná, roviny řídící a hlavní. 132. Tečná rovina rovnoběžná s rovinou danou. Konstrukce vrcholu a osy, dána-li plocha dvěma přímkami a rovinou řídící. 133. Osvětlení rovnoběžné a 134. centrálné. Průměty rovinných průseků na rovinu kolmou k ose.

XI. Plochy obalové, zejména rozvinutelné . . . . . 229

135. Pojem, vlastnosti obecné. Vratná křivka plochy rozvinutelné. 136. Šroubovice obecná. 137. Rozvinutelná plocha šroubová. 138. Obalová plocha rozvinutelná ke dvěma plochám nerozvinutelným. Společné tečné roviny ke třem plochám nerozvinutelným, zejména kulovým. 139. Obrysy ploch rotačních.

XII. Plochy sborcené stupně  $n > 2$  . . . . . 237

140. Vlastnosti obecné. Dotyk dvou ploch sborcených podél společné povrchky. Dotyčný hyperboloid a hyperbolický paraboloid. Paraboloid normál. 141. Sborcené plochy stupně čtvrtého a třetího. 142. Konoidy vůbec. Sborcené plochy dané řídícími plochami. 143. Konoid eliptický. Konoid kulový. 144. Klenba šikmého průchodu. 145. Sborcená plocha šroubová a) pravoúhlá, b) kosoúhlá. Šrouby

XIII. Intensity osvětlení stěn rovných.

1. Úvod . . . . . 248

146. Intensita geometrálného osvětlení. Křivky intenzitní. 147. Intensita osvětlení ve stínu vlastním a vrženém. Stupnice ku polohování barvou. Isofóty a isofengy. Modifikace osvětlení.

**2. Geometrálné osvětlení mnohostěňů . . . . . 252**

148. Osvětlení rovné stěny. 149. Svazek rovin intenzitních o ose kolmé ku průmětně. 150. Osvětlení pobočných stěn hranolu kolmého ku průmětně. Druhá konstrukce intenzitního svazku. 151, 152. Svazek rovin intenzitních o ose nakloněné k jedné a k oběma průmětnám.

**XIV. Isofóty na váleci, kouli a kuželi.**

**1. Osvětlení ploch válcových . . . . . 261**

153. Isofóty ploch válcových kolmých ku průmětně. Skála pro plochy válcové. Svazek tečnový. 154. Isofóty válcové plochy rotační kolmé ku průmětně. Svazek normálový. 155. Sestrojení isofót válce kolmého ku průmětně, jehož podstavou jest kuželosečka, pomocí normálového svazku ohniskového. 156. Sestrojení týchž isofót na základě projektivnosti normálového svazku se svazkem průměru. Sestrojení isofót elliptického a hyperbolického válce kolmého k průmětně na základě projektivnosti tečnového svazku středového s involučním svazkem sdružených průměrů. 157. Isofóty rotačního válce nakloněného k průmětnám. 158. Isofóty válců šikmých, majících svou podstavu v průmětně.

**2. Osvětlení plochy kulové . . . . . 275**

159. Isofóty plochy kulové pomocí svazku normálních kuželů.

**3. Osvětlení ploch kuželových . . . . . 277**

160. Sestrojení isofót plochy kuželové rotační pomocí vepsané plochy kuželové a pomocí svazku normálních kuželů. Skála pro plochy kuželové. Intenzitní měřítko. 161. Zjednodušení skály pro plochy kuželové. Užití této skály pro válce rotační. Sestrojení isofót rotační plochy kuželové pomocí bodů maximální intenzity na kruhové podstavě. 162. Sestrojení isofót rotačního kužele o ose nakloněné k průmětnám (dvěma způsoby). 163. Osvětlení obecných ploch kuželových.

**XV. Isofóty ploch rotačních, přímkových a obalových.**

**1. Osvětlení ploch rotačních . . . . . 289**

164. Sestrojení isofót obecných ploch rotačních pomocí intenzitních bodů na paralelních kružnicích a na meridiánech. Isofóty na annuloиду. 165. Nejedlehljší body isofót ploch rotačních. Isofóty na annuloиду tvoří dvě soustavy křivek. 166. Mez vrženého stínu annuloиду na rovinu kolmou k její ose. 167. Isofóty ploch rotačních 2. stupně. Kužel isofótní. Isofóty rotačního ellipsoidu. Průměty těchto křivek na rovinu meridianu světelného tvoří svazek křivek 2. stupně. 168. Isofóty rotačního paraboloidu. Průměty těchto křivek na rovinu kolmou k ose tvoří svazek křivek 2. stupně.

**2. Osvětlení obecných ploch rozvinutelných . . . . . 305**

169. Isofóty obecných ploch rozvinutelných. Isofóty rozvinutelné plochy šroubové.

**3. Osvětlení ploch sborcených . . . . . 306**

170. Isofóty ploch sborcených. Sestrojení intenzitních bodů na povrchových přímkách ploch sborcených pomocí dotýčných ploch sborcených 2. stupně. Iso-

fóty na ploše šroubové pravoúhlé. 171. Projektivnost intenzitního svazku rovin tečných a řady intenzitních bodů dotýčných. Mez stínu vlastního plochy šroubové pravoúhlé. 172. Sestrojení isofót plochy této jakožto obalové rozvinutelných ploch šroubových. Její vržený stín na průmětnu a vržený stín vlastní.

#### 4. Osvětlení ploch obalových a obecných ploch 2. stupně . . . . . 315

173. Isofóty obecných ploch 2. stupně jakožto obalových ploch válcových. 174. Isofóty těchto ploch pomocí ploch kuželových isofótních. Použití této konstrukce isofót na eliptický a hyperbolický paraboloid. 175. Isofóty ploch obalových plochy kulové. Isofóty na eliptickém článku řetězovém. Sestrojení vrženého stínu tohoto tělesa na průmětnu. 176. Osvětlení centrálné. Isofóty na rovině při centrálném osvětlení.

### XVI. O pohybu neproměnného útvaru rovinného.

#### 1. Základní pojmy kinematické geometrie . . . . . 323

177. Geometrie kinematická v rovině. Pohyb bodu. 178. O normále a středu křivosti trajektorie. O evolutě a evolventě. 179. Parabola Steiner-Pelzova. 180. O singulárních bodech trajektorie.

#### 2. Okamžitý střed otáčení. Pohyb kotálový, eliptický, konchoidální a kardioidický . . . . . 331

181. O pohybu neproměnného útvaru rovinného vůbec. Věta Chasles-ova. 182. Každý pohyb neproměnného útvaru rovinného jest kotálením. Pohyb kotálový. Kotálení křivky po symetricky shodné křivce. 183. Eliptický pohyb. 184. Nahrazení tohoto pohybu kotálením. 185. Obalová křivka vytvořená pohybem přímky a křivky. Křivky rovnoběžné. 186. Obecný pohyb konchoidální. Pascalova závitnice a kardioida. Konchoida Nicomedova. 187. Kardioidický pohyb. Tento pohyb jest opačným pohybu eliptického. Nahrazení pohybu kardioidického kotálením.

#### 3. O křivkách úpatních. Kloubový čtyřúhelník. O pohybu smýkávém, torném a klouzavém . . . . . 347

188. Křivky úpatní. Úpatnice kuželoseček. Kloubový čtyřúhelník deltooidový a kloubový rovnoběžník antiparalelní. 189. O pohybu smýkávém, torném a klouzavém.

#### 4. O křivkách cyklických . . . . . 355

190. Druhý křivek cyklických. Konstrukce cykloidy obecné, zkrácené i protáhlé. 191. Konstrukce evolventy kruhové obecné, zkrácené i protáhlé. Archimedova spirála. 192. Konstrukce epi- a hypocykloid obecných, zkrácených a protáhlých. Hvězdovité křivky cyklické. 193. Každou epi- nebo hypocykloidu lze vytvořit jiným pohybem kotálovým. Pascalovy závitnice jakožto zvláštní epi- a hypocykloidy. 194. O křivce obalové vytvořené přímkou při kotálení cyklickém. Asteroida pravidelná.

### XVII. O středech křivosti trajektorií.

#### 1. Sestrojování, středu křivosti kotálcí . . . . . 363

195. O pohybu podobně proměnného útvaru rovinného. 196. a 197. Sestrojení středu křivosti křivky eliptické. 198. Konstrukce středu křivosti trajektorií epi- a hypocykloidálních. O evolutách obecných epi- a hypocykloid. Jejich rektifikace. 199. Konstrukce středů křivosti při evolventě kruhové a cykloidě obecné. O evolutě této trajektorie. Její rektifikace.

**2. Kružnice de La Hireovy, Bobillierovy konstrukce . . . . . 373**

200. Vztahy středů křivosti trajektorií cyklických. 201. Kružnice de La Hireovy: vrátu a obratu. O polech vrátu a obratu. 202. Použití kružnice obratu k sestrojení bodů obratu cyklických křivek protáhlých. 203. Sestrojení středů křivosti obecných kotálců. Bobillierovy konstrukce středů křivosti trajektorií a křivek obalových vůbec. 204. Kvadratická příbuznost bodů útvaru pohyblivého a příslušných středů křivosti v útvaru základním. 205. Sestrojení středů křivosti při pohybu klouzavém. 206. Střed křivosti úpatnic a konchoid. 207. Použití kružnice obratu při pohybu eliptickém. Sestrojení středů křivosti asteroidy šikmé. Rektifikace asteroidy pravidelné.

**3. Pohyb proměnného útvaru rovinného . . . . . 388**

208. Nekonečně malé posunutí proměnného útvaru rovinného. Změna délky úsečky proměnného útvaru. Pohyb cissoidální. Cissoida obecná a Dioclova. 209. Sestrojení středů křivosti křivek cissoidálních.