

Obsah

1 Úvod	5
2 Značení	12
3 Komentář ke značení a matematické nástroje	16
3.1 Transformace tenzorů	17
3.2 Implementace základních tenzorových a maticových operací	28
3.3 Transformace tenzoru při rotaci souřadnicového systému a rotace tenzoru	31
3.3.1 Vyjádření téže entity ve dvou souřadnicových systémech	31
3.3.2 Rotace entity do nové polohy	33
3.4 Matematické nástroje	36
3.4.1 Gaussova věta	36
3.4.2 Operátory vektorového počtu	36
3.4.3 Materiálová derivace	37
4 Počítače a reprezentace čísel na počítači	38
4.1 Počítače včera a dnes	38
4.2 Reprezentace čísel na počítači	45
5 Kontinuum	47
5.1 Model kontinua	47
5.2 Konfigurace, materiálové a prostorové souřadnice	48
5.3 Hmota, hmotnost, hustota, čas, teplota, entropie	50
5.4 Lineární versus nelineární	51
5.5 Zdroje nelinearity	52
5.6 Základní rovnice mechaniky poddajných těles	53
5.6.1 Cauchyho pohybové rovnice	53
5.6.2 Kinematické vztahy	54

5.6.3	Konstitutivní vztahy	54
6	Kinematika deformace	56
6.1	Lagrangeovská a eulerovská formulace	57
6.2	Rychlost	58
6.3	Materiálová derivace	59
6.4	Zrychlení	62
6.5	Pohyb tělesa jako tuhého celku	63
6.6	Deformace tělesa a přetvoření	65
6.7	Greenův-Lagrangeův tenzor přetvoření	67
6.8	Almansiho tenzor přetvoření	69
6.9	Protážení	70
6.10	Polární rozklad deformačního gradientu	71
6.11	Hlavní protážení a hlavní osy protážení	73
6.12	Cauchyho tenzor přetvoření – malé posuvy, malá přetvoření	75
6.13	Rychlostní gradient, gradient rychlosti deformace	83
7	Napětí	86
7.1	Tělesové a povrchové síly	86
7.2	Skutečné a inženýrské napětí	87
7.3	První Piolův-Kirchhoffův tenzor napětí	89
7.4	Druhý Piolův-Kirchhoffův tenzor napětí	92
7.5	Interpretace Greenova-Lagrangeova tenzoru přetvoření a druhého Piolova- Kirchhoffova tenzoru napětí pro případ malých přetvoření a velkých rotací	94
7.6	Korotované Cauchyho napětí	96
8	Přírůstkové veličiny v mechanice kontinua	97
8.1	Přírůstky přetvoření	97
8.2	Přírůstky napětí	98
9	Konjugované míry napětí a přetvoření	102
10	Zákony zachování	105
10.1	Zachování hmoty	105
10.2	Rovnice kontinuity	106
10.2.1	Rovnice kontinuity v materiálovém popisu	106
10.2.2	Rovnice kontinuity v prostorovém popisu	107

10.3	Zachování hybnosti	108
10.3.1	Zákon zachování hybnosti pro kontinuum	109
10.3.2	Zachování momentu hybnosti pro kontinuum	113
10.4	Zachování energie, či výkonu	115
10.4.1	„Mechanické“ kontinuum	115
10.4.2	„Termodynamické“ kontinuum	116
11	Konstitutivní vztahy	120
12	Formulace úloh mechaniky	122
12.1	Diferenciální formulace	122
12.1.1	Lamého rovnice	123
12.1.1.1	Deformační zatížení	128
12.1.2	Beltramiho-Michellovy rovnice	131
12.1.2.1	Saint-Venantovy podmínky kompatibility	131
12.1.2.2	Odvození Beltramiho-Michellových rovnic	137
12.2	Variační formulace	139
12.2.1	Princip virtuálních prací	141
12.2.1.1	Princip virtuálních posuvů	144
12.2.1.2	Princip virtuálních sil	146
12.2.2	Variační principy	148
12.2.2.1	Klasické variační principy	148
12.2.2.2	Princip minima celkové potenciální energie	151
13	Numerická matematika a Matlab	156
13.1	Maticová algebra	157
13.2	Soustavy lineárních algebraických rovnic	161
13.3	Vlastní čísla a vlastní vektory	173
13.4	Numerické řešení obyčejných diferenciálních rovnic	177
14	Základy metody konečných prvků	185
14.1	O diskretizaci v mechanice kontinua	185
14.1.1	Numerické postupy	186
14.2	Diskretizace metodou konečných prvků	188
14.2.1	Princip virtuálních prací formulovaný pro kontinuum	188
14.2.2	Lineární případ	188

14.2.2.1	Princip virtuálních prací formulovaný pro diskretizované těleso – prvek	191
14.2.2.2	Stanovení operátorů N , B	193
14.2.3	Nelineární případ – materiálová nelinearita s malými posuvy a malými přetvořeními	194
14.2.4	Nelineární případ – velké posuvy a velká přetvoření	195
14.2.4.1	Úplná lagrangeovská formulace	197
14.2.4.2	Aktualizovaná lagrangeovská formulace	201
15	Matrice tuhosti a hmotnosti některých prvků	204
15.1	Tyčový prvek L1	205
15.2	Tyčový prvek pro velké posuvy a velká přetvoření	207
15.3	Rovinný nosníkový prvek B4	209
15.4	Trojúhelníkový rovinný prvek T6	211
15.5	Čtyřúhelníkový rovinný prvek Q8	214
15.6	Skládání globálních matic	218