

OBSAH

Díl první

Část I

ELEMENTÁRNÍ MATEMATIKA

Předmluva	15
1. Úvod	17
2. Sčítání a odčítání	19
3. Násobení a dělení	22
3.1. Mocnina s přirozeným mocnitelem.	26
4. Mnohočleny	26
5. Dělitelnost	35
5.1. Dělitelnost celých čísel	35
5.2. Pravidla dělitelnosti čísel	35
5.3. Největší společný dělitel	36
5.4. Nejmenší společný násobek	37
5.5. Dělitelnost mnohočlenů	38
6. Zlomky	42
6.1. Sčítání zlomků	44
6.2. Násobení zlomků	49
6.3. Dělení zlomků	50
6.4. Zlomky složené	53
7. Mocniny	59
7.1. Druhé mocniny součtu	63
7.2. Druhé a vyšší mocniny čísel.	68
7.3. Odmocniny.	73
7.4. Obecná mocnina.	79
7.5. Určování druhých a třetích odmocnin	81
7.6. Odstraňování odmocnin ze jmenovatele zlomku	85
7.7. Počítání s iracionálními čísly	87
8. Čísla komplexní	93
9. Logaritmy	93
9.1. Vlastnosti logaritmů.	98
9.2. Dekadické logaritmy.	99
9.3. Počítání s dekadickými logaritmy	100
9.4. Počítání s přirozenými logaritmy	103

Část 2

ROVNICE

10. Rovnice	109
11. Rovnice o jedné neznámé	111
11.1. Diskuse řešení	111
11.2. Slovní úlohy	117
12. Nerovnosti	123
12.1. Řešení nerovností	127
12.2. Lineární nerovnosti	129
12.3. Kvadratické nerovnosti	131
13. Poměry a úměry	133
14. Kvadratické rovnice	139
15. Iracionální rovnice	151
16. Rovnice o dvou a více neznámých	156
16.1. Lineární rovnice o dvou neznámých	156
16.2. Rovnice o třech neznámých	163
16.3. Řešení soustavy lineárních rovnic o n neznámých	175
17. Kvadratické rovnice o dvou a více neznámých	181
17.1. Soustava dvou ryze kvadratických rovnic	181
17.2. Soustavy rovnic, z nichž jedna je kvadratická a druhá lineární	182
17.3. Symetrické rovnice	182
17.4. Výpočet jedné z neznámých pomocí druhé neznámé	186
17.5. Homogenní rovnice	187
17.6. Kanonické rovnice	188
18. Rovnice vyšších stupňů o jedné neznámé	197
18.1. Rovnice třetího stupně	197
18.2. Rovnice čtvrtého stupně	202
18.3. Algebraická rovnice n -tého stupně o jedné neznámé	214
18.4. Některé zvláštní rovnice vyšších stupňů	221
19. Rovnice vyšších stupňů o více neznámých	224
20. Exponenciální rovnice	230
21. Logaritmické rovnice	235

Část 3

ELEMENTÁRNÍ FUNKCE A ŘADY

22. Pojem funkce	239
23. Lineární celistvá funkce	244
23.1. Rovnice přímky	245
23.2. Poloha bodu na přímce	251
23.3. Dvě a více přímek	253
23.4. Vzdálenost bodu od přímky	254
24. Kvadratická celistvá funkce	257
24.1. Parabola	257
24.2. Graf kvadratické celistvé funkce	260
25. Kuželosečky	265
25.1. Kružnice	265

25.2. Elipsa	267
25.3. Hyperbola	269
25.4. Přímka a středová kuželosečka	270
25.5. Kuželosečky jako křivky druhého stupně	273
26. Polární souřadnice	278
27. Celistvá racionální funkce	280
27.1. Základní početní výkony s celistvými racionálními funkcemi	281
27.2. Hornerovo schéma a jeho použití	292
27.3. Rozšíření Hornerova schématu	295
27.4. Rozvinutí součinu v celistvou racionální funkci	300
27.5. Rozvinutí celistvé racionální funkce v součet součinů lineárních činitelů	302
28. Racionální funkce	306
29. Exponenciální funkce	312
30. Logaritmická funkce	315
30.1. Jednoduchá soustava logaritmická	317
30.2. Dvojitá logaritmická soustava	319
31. Goniometrické funkce	321
31.1. Pojem úhlu	321
31.2. Goniometrické funkce	324
31.3. Hodnoty goniometrických funkcí	327
31.4. Periodicita goniometrických funkcí	332
31.5. Průběh funkce $y = \sin(\omega x + \alpha)$	338
31.6. Goniometrické funkce součtu a rozdílu dvou úhlů	341
31.7. Goniometrické funkce polovičního úhlu	343
31.8. Součtové poučky	344
31.9. Harmonický pohyb — superposice vln	350
31.10. Tabulky hodnot goniometrických funkcí	358
31.11. Logaritmy goniometrických funkcí	362
31.12. Goniometrické rovnice	365
31.13. Řešení složitějších goniometrických rovnic	368
31.14. Soustavy goniometrických rovnic o dvou neznámých	372
31.15. Soužití goniometrických funkcí	379
31.16. Základy trigonometrie	385
32. Cyklometrické funkce	395
33. Binomická věta	406
33.1. Číslo $n!$ a $\binom{n}{k}$	406
33.2. Vlastnosti binomických součinitelů	407
33.3. Binomická věta	409
33.4. Binomická řada	414
34. Hyperbolické a hyperbolometrické funkce	417
34.1. Souvislost goniometrických a hyperbolických funkcí	421
34.2. Hyperbolický argument a amplituda	422
34.3. Použití hyperbolických a goniometrických funkcí při řešení algebraických rovnic	423
34.4. Hyperbolometrické funkce	430
35. Posloupnosti a řady	432
35.1. Aritmetické posloupnosti	434
35.2. Geometrické posloupnosti	438

35.3. Posloupnost ohraničená a nulová	444
35.4. Nekonečné řady	449
35.5. Složená řada	454
35.6. Aritmetické posloupnosti a řady vyšších stupňů	455
35.7. Součty některých konečných řad	459

Díl druhý

Část 4

ZÁKLADY DIFERENCIÁLNÍHO POČTU

1. Posloupnosti a limity	463
2. Nekonečné řady	469
3. Mocninné (potenční) řady	480
4. Funkce, spojitost a limita funkce	483
5. Vlastnosti spojitých funkcí	492
6. Derivace a diferenciál	493
7. Pravidla pro počítání derivací	498
8. Základní věty diferenciálního počtu	516
8.1. Rollova věta	516
8.2. Věta o střední hodnotě	516
8.3. Geometrický význam první a druhé derivace	518
8.4. Fyzikální význam první a druhé derivace	522
9. Neurčité výrazy	526
9.1. Neurčitý výraz $\frac{0}{0}$	526
9.2. Neurčitý výraz $\frac{\infty}{\infty}$	527
9.3. Neurčitý výraz $\infty - \infty$	527
9.4. Neurčitý výraz $0 \cdot \infty$	527
9.5. Neurčité výrazy tvaru $0^0, 1^\infty, \infty^0$	527
9.6. Nekonečně malé a nekonečně velké	531
10. Funkce více proměnných	532
10.1. Reálná funkce dvou nezávisle proměnných	532
10.2. Limita a spojitost	532
10.3. Parciální derivace	535
10.4. Totální diferenciál	539
10.5. Odhad chyb funkcí více proměnných	544
11. Derivace složených funkcí	544
11.1. Eulerova věta o homogenních funkcích	547
11.2. Derivace v daném směru	548
11.3. Funkční závislost vyjádřená pomocí parametru	549
11.4. Implicitní funkce	552
11.5. Zavedení nové nezávisle proměnné	555
11.6. Záměna nezávisle proměnných	556
12. Extrémy funkcí	560
12.1. Extrémy funkcí více proměnných	563
12.2. Extrémy implicitní funkce $f(x, y) = 0$	564

12.3. Extrémy funkce více než dvou nezávisle proměnných	565
12.4. Relativní extrémy	566
12.5. Praktické příklady	569
13. Taylorův vzorec	575
13.1. Aproximace dané funkce mnohočlenem	579
14. Taylorova a MacLaurinova řada	580
14.1. Některé důležité rozvoje	585
15. Některá pravidla pro konvergenci funkčních řad	587
16. Kritéria stejnoměrné konvergence	590
17. Taylorova věta pro funkce dvou proměnných	591

Část 5

ZÁKLADY INTEGRÁLNÍHO POČTU

18. Pojem neurčitého integrálu	596
18.1. Základní vzorce integrálního počtu	597
18.2. Základní vlastnosti neurčitého integrálu	599
19. Integrační metody	599
19.1. Přímá integrace	599
19.2. Substituční metoda	602
19.3. Integrace per partes	608
20. Integrace racionálních funkcí	613
20.1. Rozklad v částečné zlomky v případě, že jmenovatel lomené racionální funkce má reálné kořeny	616
20.2. Rozklad v částečné zlomky v případě, že jmenovatel lomené racionální funkce má reálné vícenásobné kořeny	619
20.3. Rozklad v částečné zlomky v případě, že jmenovatel lomené racionální funkce má komplexní kořeny	627
20.4. Některé důležité integrály racionálních funkcí	629
21. Integrace iracionálních funkcí	633
21.1. Integrály tvaru $\int R(x, \sqrt[n]{x}) dx$	633
21.2. Integrály tvaru $\int R\left(x, (a+bx)^{\frac{p}{q}}, (a+bx)^{\frac{r}{s}}, \dots\right) dx$	634
21.3. Integrály tvaru $\int R\left(x, \sqrt{\frac{a+bx}{\alpha+\beta x}}\right) dx$	634
21.4. Integrály tvaru $\int R(x; \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$	635
21.5. Integrály tvaru $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \int \frac{dx}{\sqrt{Q(x)}}$	636
21.6. Integrály tvaru $\int \frac{dx}{(Mx+N)\sqrt{ax^2+bx+c}}$	636
21.7. Integrály tvaru $\int \frac{dx}{(Mx+N)^n\sqrt{ax^2+bx+c}}$	637
21.8. Integrály tvaru $\int \frac{P(x) dx}{\sqrt{Q(x)}}$	637

21.9. Integrály tvaru $\int \frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx$	639
21.10. Integrály tvaru $\int \sqrt{a + bx + cx^2} dx$	639
21.11. Goniometrické a hyperbolické substituce	639
21.12. Integrály tvaru $\int x^m(a + bx^n)^p dx$	641
22. Integrace transcendentních funkcí.	644
22.1. Integrály tvaru $\int f(t(x)) \cdot t'(x) dx$	644
22.2. Integrály goniometrických funkcí	646
22.3. Integrály mocnin sinu a kosinu	649
23. Určité integrály.	655
23.1. Součtová definice určitého integrálu	655
23.2. Vlastnosti určitého integrálu	657
23.3. Věty o střední hodnotě integrálního počtu	659
24. Substituční metoda pro určité integrály	660
25. Odhad určitého integrálu	663
26. Výpočet určitého integrálu metodou per partes	663
27. Nevlastní integrály	665
27.1. Integrály neohrazených funkcí	667
28. Eulerovy integrály	668
29. Derivace určitého integrálu podle parametru	670
29.1. Derivace určitého integrálu podle mezí	672
29.2. Derivace určitého integrálu podle parametru, jestliže jeho meze jsou funkcemi parametru p	673
30. Integrace za integrační značkou.	674
31. Integrace řad	678
31.1. Vyšší transcendentní funkce	679
32. Eliptické integrály	680
33. Fourierovy řady	683
33.1. Fourierův integrál	694
33.2. Fourierovy rozvoje a grafy některých funkcí	696
34. Stieltjesův integrál	706
35. Integrály křivkové	708
35.1. Integrály křivkové, které závisí jen na krajních bodech integrační cesty	712
36. Vícerozměrné integrály	716
36.1. Dvojměrný integrál	716
36.2. Výpočet dvojného integrálu	718
36.3. Věta o střední hodnotě	719
36.4. Geometrický význam dvojměrného integrálu	720
36.5. Zavedení nových proměnných do dvojného integrálu	721
36.6. Greenova věta	722
37. Trojměrný integrál	723
37.1. Transformace trojměrného integrálu	726

38. Plošný integrál	728
38.1. Dvoustranné plochy	728
38.2. Plošný integrál prvního druhu	730
38.3. Plošný integrál druhého druhu	730
38.4. Vzorec Ostrogradského	731
38.5. Stokesův vzorec	733
39. Použití integrálního počtu v geometrii a fyzice	736
39.1. Plošný obsah rovinného obrazce	736
39.2. Výpočet délky oblouku křivky	737
39.3. Výpočet objemu tělesa	739
39.4. Výpočet obsahu křivých ploch	741
39.5. Statické momenty	743
39.6. Výpočet polohy těžiště	744
39.7. Moment setrvačnosti	746

Díl třetí

Část 6

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE
(VYBRANÉ STATI)

1. Úvod	753
1.1. Základní pojmy a definice	753
1.2. Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu	754
1.3. Singulární řešení	756
1.4. Směrové pole	759
2. Řešení některých diferenciálních rovnic	759
2.1. Rovnice se separovanými proměnnými	759
2.2. Metody substituční	760
2.3. Homogenní rovnice	762
2.4. Exaktní diferenciální rovnice (a příbuzné rovnice)	764
2.5. Lineární diferenciální rovnice prvního řádu a jejich praktické použití	768
2.6. Rovnice Bernoulliho	777
2.7. Rovnice Riccatiho	778
2.8. Rovnice prvního řádu vyššího stupně	778
2.9. D'Alembertova rovnice	782
2.10. Clairautova rovnice	782
2.11. Rovnice Jacobiho	784
3. Přibližné řešení diferenciálních rovnic prvního řádu	785
3.1. Metoda postupných aproximací (metoda Picardova)	785
3.2. Odhad chyby při metodě postupných aproximací	786
3.3. Použití řad při řešení rovnic	789
3.4. Numerické řešení rovnic prvního řádu. Rungova-Heunova-Kuttova metoda	791
4. Obyčejné diferenciální rovnice vyšších řádů	792
4.1. Obyčejné diferenciální rovnice n -tého řádu	792
4.2. Lineární diferenciální rovnice s konstantními koeficienty	795
4.3. Základní vlastnosti operátorů a operace s operátory	796
4.4. Integrace diferenciálních rovnic — rovnice bez pravé strany	803
4.5. Integrace diferenciálních rovnic — rovnice s pravou stranou	807
4.6. Některé elementární pravé strany	812
4.7. Greenova funkce operátoru $L(D)$	817

4.8.	Lineární rovnice s proměnnými koeficienty	825
4.9.	Lagrangeova metoda variace konstant	830
4.10.	Řešení diferenciální rovnice bez pravé strany, je-li známo jedno řešení	831
4.11.	Eulerova rovnice	834
4.12.	Exaktní diferenciální rovnice	836
4.13.	Soustavy lineárních diferenciálních rovnic	839
4.14.	Použití lineárních diferenciálních rovnic při řešení elektrických obvodů	845
4.15.	Diferenciální rovnice oscilačních obvodů	851
4.16.	Aplikace Kirchhoffových zákonů	854
4.17.	Integrace řadami	859
4.18.	Besselovy funkce	860
4.19.	Legendrovy funkce	866
4.20.	Rozvoj dané funkce v řadu sférických funkcí	869
4.21.	Čebyševovy polynomy	869
4.22.	Některé základní vlastnosti Čebyševových polynomů	871
5.	Některé parciální diferenciální rovnice	873
5.1.	Definice. Základní pojmy	873
5.2.	Lineární parciální diferenciální rovnice prvního řádu	873
5.3.	Parciální diferenciální rovnice druhého řádu	876
5.4.	Diferenciální rovnice kmitající struny	877
5.5.	Telegrafní rovnice	880
6.	Základy Laplaceovy transformace	885
6.1.	Laplaceova transformace	885
6.2.	Přímá transformace	889
6.3.	Věty o zobrazení	890
6.4.	Definice, vlastnosti a obraz kompozice (konvoluce)	903
6.5.	Zpětná transformace	906
6.6.	Použití Laplaceovy transformace k řešení diferenciálních rovnic při daných počátečních podmínkách	912

Část 7

MATICOVÝ POČET

7.	Determinanty a matice	920
7.1.	Obdélníková matice	920
7.2.	Permutace	920
7.3.	Determinant n -tého stupně	921
7.4.	Determinant třetího stupně	921
7.5.	Vlastnosti determinantů	923
7.6.	Vyčíslení determinantu n -tého stupně	924
7.7.	Matice a jejich vlastnosti	931
7.8.	Kontinuanty	936
7.9.	Použití determinantů a matic při řešení rovnic	941
7.10.	Použití determinantů a matic při řešení úloh z teorie elektrických obvodů	946

Část 8

NUMERICKÝ POČET

8.	Numerické řešení rovnic vyšších stupňů	952
8.1.	Základní pojmy	952
8.2.	Separace kořenů	953

8.3. Regula falsi	954
8.4. Newtonova metoda	954
8.5. Iterační metoda	955
8.6. Metoda Graeffova-Enckova (Dandelinova)	956
8.7. Určení komplexních kořenů rovnic vyšších stupňů	966

Část 9

APROXIMACE FUNKCÍ

9. Přibližné vyjádření funkce — aproximace	971
9.1. Aproximace funkce dané $(n + 1)$ hodnotami při ekvidistantně rozložených hodnotách argumentu celistvou racionální funkcí	971
9.2. Aproximace funkce dané $(n + 1)$ hodnotami při libovolně rozložených hodnotách argumentu celistvou racionální funkcí	974
9.3. Aproximace daných závislostí součtem exponenciálních funkcí	976
9.4. Numerický příklad	983

Část 10

KOMPLEXNÍ FUNKCE

10. Komplexní čísla a komplexní funkce reálného argumentu	988
10.1. Různé tvary komplexních čísel	988
10.2. Počítání s komplexními čísly. Sčítání a odčítání komplexních čísel	992
10.3. Násobení a dělení komplexních čísel	994
10.4. Umocňování a odmocňování komplexních čísel	999
10.5. Časové vektory	1003
10.6. Inverzní vektory	1004
10.7. Geometrie komplexních čísel	1010
11. Posloupnosti a řady komplexních čísel	1011
12. Funkce komplexní proměnné	1013
12.1. Obecné vlastnosti	1013
12.2. Derivace funkce komplexní proměnné v bodě z	1016
12.3. Elementární funkce komplexní proměnné	1019
12.4. Integrál funkce komplexní proměnné	1024
12.5. Rozvoj funkce v Laurentovu řadu	1028
13. Věta o residuích a její použití při výpočtu integrálů	1034
14. Úvod do konformního zobrazení	1041
15. Použití komplexních čísel v elektrotechnice. Symbolický počet	1045

Část 11

VEKTOROVÝ POČET

16. Základy vektorového počtu	1069
16.1. Lineární kombinace vektorů	1070
16.2. Skalární a vektorový součin	1075
16.3. Vektorové funkce jedné proměnné	1081
16.4. Skalární pole	1085
16.5. Vektorové pole	1087
Literatura	1096
Rejstřík	1114