

# Obsah

Předmluva	vi
1 Úvod	1
1.1 Co je to integrální počet a čím se zabývá	1
1.2 Co budete po prostudování tohoto textu umět	1
1.3 Orientace v textu	2
2 Neurčitý integrál	5
2.1 Primitivní funkce a neurčitý integrál	6
2.2 Základní integrační metody	10
2.2.1 Tabulkové integrály	10
Příklady k procvičení	15
Klíč k příkladům k procvičení	18
2.2.2 Metoda per partes	19
Příklady k procvičení	26
Klíč k příkladům k procvičení	27
2.2.3 Substituční metoda	28
Příklady k procvičení	37
Klíč k příkladům k procvičení	39
2.3 Rozklad na parciální zlomky	40
2.4 Integrace racionální lomené funkce	45
2.4.1 Integrace parciálních zlomků s reálnými kořeny ve jmenovateli	45
2.4.2 Integrace parciálních zlomků s komplexními kořeny ve jmenovateli	49
2.4.3 Integrace parciálních zlomků s reálnými a komplexními kořeny ve jmenovateli	54
Příklady k procvičení	56
Klíč k příkladům k procvičení	58
2.5 Integrace některých speciálních typů funkcí	60
2.5.1 Integrály obsahující goniometrické funkce	60
Příklady k procvičení	69
Klíč k příkladům k procvičení	71
2.5.2 Integrály obsahující odmocniny	72
2.6 Závěrečné poznámky	79

2.6.1	Dostaneme integrací elementární funkce opět elementární funkci?	79
2.6.2	Využití systémů počítačové algebry při výpočtu integrálů . . . . .	81
2.6.3	Technika slepování . . . . .	83
	Příklady k procvičení . . . . .	87
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	88
2.7	Závěrečná cvičení ke kapitole 2 . . . . .	90
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	92
Autotest	. . . . .	94
	Klíč k autotestu . . . . .	95
<b>3</b>	<b>Určitý integrál</b>	<b>96</b>
3.1	Od výpočtu obsahů a objemů k integrálnímu počtu . . . . .	96
3.2	Konstrukce určitého integrálu . . . . .	104
3.3	Existence určitého integrálu . . . . .	110
3.4	Základní vlastnosti určitého integrálu . . . . .	113
3.5	Výpočet určitého integrálu . . . . .	117
3.5.1	Metoda per partes pro určitý integrál . . . . .	122
3.5.2	Substituční metoda pro určitý integrál . . . . .	123
3.5.3	Určitý integrál jako funkce mezi . . . . .	130
	Příklady k procvičení . . . . .	132
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	134
3.6	Aplikace určitého integrálu . . . . .	135
3.6.1	Geometrické aplikace . . . . .	135
	Příklady k procvičení . . . . .	149
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	151
3.6.2	Fyzikální aplikace . . . . .	153
	Příklady k procvičení . . . . .	160
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	161
3.7	Počátky infinitezimálního počtu . . . . .	162
Autotest	. . . . .	169
	Klíč k autotestu . . . . .	170
<b>4</b>	<b>Nevlastní integrál</b>	<b>171</b>
4.1	Nevlastní integrál na neohraničeném intervalu . . . . .	171
4.2	Nevlastní integrál z neohraničené funkce . . . . .	177
4.3	Zobecnění nevlastního integrálu . . . . .	182
	Příklady k procvičení . . . . .	192
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	193
4.4	Kritéria konvergence nevlastních integrálů . . . . .	194
4.4.1	Kritéria konvergence nezáporných funkcí . . . . .	195
4.4.2	Absolutní a relativní konvergence . . . . .	199
	Příklady k procvičení . . . . .	201
	Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	203

Autotest . . . . .	203
Klíč k autotestu . . . . .	203
<b>5 Numerické metody řešení určitého integrálu . . . . .</b>	<b>204</b>
5.1 Obdélníková metoda . . . . .	205
5.2 Lichoběžníková metoda . . . . .	207
5.3 Simpsonova metoda . . . . .	208
5.4 Cvičení ke kapitole 5 . . . . .	213
Klíč k příkladům k procvičení . . . . .	214
<b>Literatura . . . . .</b>	<b>216</b>
<b>Rejstřík . . . . .</b>	<b>218</b>

**STUDIJNÍ OPORY S PŘEVAŽUJÍCÍMI DISTANČNÍMI PRVKY PRO PŘEDMĚT MATEMATICKÝ ZÁKLAD STUDIA** – níže projekt, který uspěl v rámci první fáze Operačního programu Rozvoj lidských zdrojů. Projekt je spolufinancován z prostředků rozpočtem ČR a Evropským sociálním fondem. Partneři projektu jsou Katedra matematiky a fyziky a vzdělávání, s.r.o. v Mostě, Univerzita obrany, Brno a Technická univerzita v Liberci. Projekt byl zahájen 3. 1. 2006 a bude ukončen 4. 1. 2008.

Cílem projektu je zpracování studijních materiálů z matematiky, deskriptivní geometrie, fyziky a chemie tak, aby umožnily především samostatné studium a tím minimalizovaly počet kontaktních hodin s učitelem. Je zřejmé, že vytvořené texty jsou určeny studentům všech forem studia. Studium kombinované a distanční formy studia je využívá k samostudiu, studium v prozaické formě si mohou doplnit získané vědomosti. Všem studentům texty pomohou při procvičení a ověření získaných vědomostí. Nezastupitelným cílem projektu je umožnit zvýšení kvalifikace širokému spektru osob, které pracují ve studiu na vysoké škole z různých důvodů (sociálních, ekonomických, politických) pokračovat bezprostředně po maturitě.

V rámci projektu jsou vytvořeny jednak standardní učební texty v běžné podobě, koncipované pro samostatné studium, jednak e-learningové studijní materiály přístupné prostřednictvím internetu. Součástí výstupů je rovněž banka testových úloh pro jednotlivé předměty, na níž si studenti ověří, do jaké míry zvládnou prostředované učivo.

Bližší informace o projektu můžete najít na adrese <http://www.studopory.vsb.cz/>.

Přejeme vám mnoho úspěchů při studiu a budeme mít radost, pokud vám předložený text pomůže při studiu a bude se vám líbit. Protože nikdo není neomylný, mohou se i v tomto textu objevit nejasnosti a chyby. Píšem se za ně omlouváme a budeme vám vděční, pokud nás na ně upozorníte.