

Obsah

1. Matice a maticové operace	1
1.1. Aritmetické vektory	1
1.2. Operace s aritmetickými vektory	2
1.3. Nulový a opačný vektor	3
1.4. Matice	3
1.5. Násobení matice skalárem a sčítání matic	5
1.6. Nulová matice a odečítání matic	6
1.7. Transponované matice	7
1.8. Násobení matice a vektoru	7
1.9. Násobení matic	8
1.10. Blokové matice	11
2. Úpravy a řešení soustav lineárních rovnic	12
2.1. Soustava lineárních rovnic	12
2.2. Ekvivalentní úpravy	13
2.3. Maticový zápis	14
2.4. Úprava na schodový tvar	15
2.5. Zpětná substituce	16
2.6. Gaussova eliminace	18
2.7. Gauss-Jordanova metoda	19
2.8. Pracnost řešení	20
3. Inverzní matice	21
3.1. Maticový zápis elementárních úprav	21
3.2. Inverzní matice	23
3.3. Elementární úpravy a regularita	23
3.4. Výpočet inverzní matice	24
3.5. Inverzní matice a řešení soustav	25
3.6. Vyčíslení výrazů s inverzní maticí	26
3.7. Použití inverzní matice	26
4. Trojúhelníkový rozklad	27
4.1. Permutační matice	27
4.2. Trojúhelníkové matice	28
4.3. Trojúhelníkový (LU) rozklad	29
4.4. Výpočet LU rozkladu	30
4.5. Řešení soustav pomocí LU rozkladu	32

4.6.	Použití LU rozkladu	33
5.	Vektorové prostory	34
5.1.	Algebraické operace	34
5.2.	Vektorový prostor	35
5.3.	Vlastnosti vektorových prostorů	35
5.4.	Vektorové podprostory	36
5.5.	Součet a průnik podprostorů	37
5.6.	Vektory v matematice a ve fyzice	37
6.	Lineární nezávislost a báze	38
6.1.	Závislé a nezávislé vektory	38
6.2.	Lineární kombinace a závislost	39
6.3.	Postačující podmínky pro nezávislost funkcí	40
6.4.	Báze vektorového prostoru	41
6.5.	Souřadnice vektoru	42
6.6.	Použití souřadnic	42
7.	Dimenze a řešení soustav	44
7.1.	Dimenze vektorového prostoru	44
7.2.	Dimenze a vyjádření vektoru jako lineární kombinace	45
7.3.	Řádkový prostor a řádková hodnota	46
7.4.	Sloupcová hodnota matice	46
7.5.	Hodnota a řešitelnost soustav	47
7.6.	Hodnota a regularita	48
7.7.	Hodnota matice a počítačová aritmetika	48
8.	Lineární zobrazení	49
8.1.	Definice a příklady	49
8.2.	Elementární vlastnosti lineárního zobrazení	50
8.3.	Derivace a integrál po částech lineárních funkcí	51
8.4.	Nulový prostor a obor hodnot	53
8.5.	Princip superpozice a inverze lineárních zobrazení	54
8.6.	Matice lineárního zobrazení	55
8.7.	Změna báze	59
8.8.	Podobnost matic	60
9.	Bilineární formy	61
9.1.	Definice a příklady	61
9.2.	Klasifikace bilineárních forem	62

9.3.	Maticе bilineární formy	63
9.4.	Změna báze	64
9.5.	Kongruentní matice	65
10.	Kvadratické formy	66
10.1.	Definice a příklady	66
10.2.	Základní vlastnosti	67
10.3.	Maticе kvadratické formy	67
10.4.	Diagonální tvar matice kvadratické formy	68
10.5.	Kvadratické formy v \mathbb{R}^2	69
10.6.	Pozitivně definitní kvadratické formy	70
10.7.	Diagonální redukce pozitivně definitní matice	71
10.8.	LDL ¹ rozklad a řešení soustav s pozitivně definitní maticí	73
10.9.	Kongruence symetrické a diagonální matice	73
11.	Skalární součin a ortogonalita	76
11.1.	Definice skalárního součinu	76
11.2.	Norma vektoru	77
11.3.	Norma indukovaná skalárním součinem	77
11.4.	Ortogonální množiny vektorů	78
11.5.	Schmidtův ortogonalizační proces	79
11.6.	Ortogonální matice	80
12.	Determinanty	82
12.1.	Induktivní definice determinantu	82
12.2.	Determinant a antisymetrické formy	84
12.3.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.4.	Determinant součinu matic	86
12.5.	Rozvoj determinantu podle prvků libovolného řádku	87
12.6.	Adjungovaná a inverzní matice	88
12.7.	Determinant transponované matice	89
12.8.	Determinant jako funkce sloupců	89
12.9.	Cramerovy vzorce pro řešení soustav	90
13.	Úvod do spektrální teorie	91
13.1.	Vlastní čísla a vektory	91
13.2.	Charakteristický mnohočlen a spektrum	92
13.3.	Invariantnost vzhledem k podobnosti	93
13.4.	Součet a součin vlastních čísel	93
13.5.	Lokalizace vlastních čísel	93

13.6.	Spektrum reálné symetrické matice	94
13.7.	Spektrální rozklad reálné symetrické matice	95
14.	Úvod do analytické geometrie	96
14.1.	Eukleidovský prostor	96
14.2.	Přímky v E_3	97
14.3.	Roviny v E_3	98
14.4.	Vektorový součin	99
14.5.	Určení některých úhlů	100
14.6.	Některé metrické úlohy	100
10.6.	Positivně definitní kvadratické formy	70
10.7.	Diagonální redukce pozitivně definitní matice	71
10.8.	LDL ^T rozklad a řešitelná soustava s pozitivně definitní maticí	73
10.9.	Kongruence symetrické a diagonální matice	73
10.9.1.	Podstatné podmínky	73
10.9.2.	Podstatné podmínky	73
10.9.3.	Podstatné podmínky	73
10.9.4.	Báze vektorového prostoru	76
10.9.5.	Soustava vektorů	76
10.9.6.	Použití součinů	77
11.1.	Definice skalárního součinu	77
11.2.	Norma vektorů	77
11.3.	Norma indukovaná skalárním součinem	77
11.4.	Ortogonalní množiny vektorů	77
11.5.	Schmidtův ortogonalizační proces	77
11.6.	Ortogonalní matice	77
11.6.1.	Podobnost	77
11.6.2.	Podobnost	77
11.6.3.	Podobnost	77
11.6.4.	Podobnost	77
11.6.5.	Podobnost	77
11.6.6.	Podobnost	77
11.6.7.	Podobnost	77
11.6.8.	Podobnost	77
11.6.9.	Podobnost	77
11.6.10.	Podobnost	77
11.6.11.	Podobnost	77
11.6.12.	Podobnost	77
11.6.13.	Podobnost	77
11.6.14.	Podobnost	77
11.6.15.	Podobnost	77
11.6.16.	Podobnost	77
11.6.17.	Podobnost	77
11.6.18.	Podobnost	77
11.6.19.	Podobnost	77
11.6.20.	Podobnost	77
11.6.21.	Podobnost	77
11.6.22.	Podobnost	77
11.6.23.	Podobnost	77
11.6.24.	Podobnost	77
11.6.25.	Podobnost	77
11.6.26.	Podobnost	77
11.6.27.	Podobnost	77
11.6.28.	Podobnost	77
11.6.29.	Podobnost	77
11.6.30.	Podobnost	77
11.6.31.	Podobnost	77
11.6.32.	Podobnost	77
11.6.33.	Podobnost	77
11.6.34.	Podobnost	77
11.6.35.	Podobnost	77
11.6.36.	Podobnost	77
11.6.37.	Podobnost	77
11.6.38.	Podobnost	77
11.6.39.	Podobnost	77
11.6.40.	Podobnost	77
11.6.41.	Podobnost	77
11.6.42.	Podobnost	77
11.6.43.	Podobnost	77
11.6.44.	Podobnost	77
11.6.45.	Podobnost	77
11.6.46.	Podobnost	77
11.6.47.	Podobnost	77
11.6.48.	Podobnost	77
11.6.49.	Podobnost	77
11.6.50.	Podobnost	77
11.6.51.	Podobnost	77
11.6.52.	Podobnost	77
11.6.53.	Podobnost	77
11.6.54.	Podobnost	77
11.6.55.	Podobnost	77
11.6.56.	Podobnost	77
11.6.57.	Podobnost	77
11.6.58.	Podobnost	77
11.6.59.	Podobnost	77
11.6.60.	Podobnost	77
11.6.61.	Podobnost	77
11.6.62.	Podobnost	77
11.6.63.	Podobnost	77
11.6.64.	Podobnost	77
11.6.65.	Podobnost	77
11.6.66.	Podobnost	77
11.6.67.	Podobnost	77
11.6.68.	Podobnost	77
11.6.69.	Podobnost	77
11.6.70.	Podobnost	77
11.6.71.	Podobnost	77
11.6.72.	Podobnost	77
11.6.73.	Podobnost	77
11.6.74.	Podobnost	77
11.6.75.	Podobnost	77
11.6.76.	Podobnost	77
11.6.77.	Podobnost	77
11.6.78.	Podobnost	77
11.6.79.	Podobnost	77
11.6.80.	Podobnost	77
11.6.81.	Podobnost	77
11.6.82.	Podobnost	77
11.6.83.	Podobnost	77
11.6.84.	Podobnost	77
11.6.85.	Podobnost	77
11.6.86.	Podobnost	77
11.6.87.	Podobnost	77
11.6.88.	Podobnost	77
11.6.89.	Podobnost	77
11.6.90.	Podobnost	77
11.6.91.	Podobnost	77
11.6.92.	Podobnost	77
11.6.93.	Podobnost	77
11.6.94.	Podobnost	77
11.6.95.	Podobnost	77
11.6.96.	Podobnost	77
11.6.97.	Podobnost	77
11.6.98.	Podobnost	77
11.6.99.	Podobnost	77
11.6.100.	Podobnost	77
12.	Determinanty	82
12.1.	Induktivní definice determinantu	82
12.2.	Determinant a regulárnost	84
12.3.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.1.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.2.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.3.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.4.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.5.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.6.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.7.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.8.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.9.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.10.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.11.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.12.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.13.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.14.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.15.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.16.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.17.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.18.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.19.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.20.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.21.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.22.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.23.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.24.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.25.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.26.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.27.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.28.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.29.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.30.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.31.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.32.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.33.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.34.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.35.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.36.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.37.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.38.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.39.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.40.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.41.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.42.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.43.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.44.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.45.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.46.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.47.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.48.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.49.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.50.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.51.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.52.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.53.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.54.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.55.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.56.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.57.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.58.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.59.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.60.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.61.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.62.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.63.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.64.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.65.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.66.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.67.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.68.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.69.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.70.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.71.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.72.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.73.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.74.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.75.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.76.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.77.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.78.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.79.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.80.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.81.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.82.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.83.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.84.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.85.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.86.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.87.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.88.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.89.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.90.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.91.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.92.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.93.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.94.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.95.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.96.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.97.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.98.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.99.	Výpočet hodnoty determinantu	86
12.3.100.	Výpočet hodnoty determinantu	86
13.	Úvod do spektrální teorie	91
13.1.	Vlastní čísla a vektory	91
13.2.	Charakteristický mnohoklen a spektrum	92
13.3.	Invariance vzhledem k podobnosti	93
13.4.	Součet a součin vlastních čísel	93
13.5.	Definice a příklady	93
13.6.	Klasifikace vlastních čísel	93