

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	9
Список основных обозначений .....	13
1. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ .....	15
1.1. Интуитивное понятие множества .....	15
1.2. Способы задания множеств .....	16
1.3. Операции над множествами .....	18
Вопросы. Задания .....	24
<b>ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА</b>	
2. МАТРИЦЫ, ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ .....	26
2.1. Понятие матрицы. Виды матриц .....	26
2.2. Операции над матрицами .....	28
2.3. Определитель матрицы .....	33
2.4. Свойства определителей .....	39
2.5. Обратная матрица .....	41
2.6. Ранг матрицы .....	46
Вопросы. Задания .....	52
3. КОНЕЧНОМЕРНОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРОСТРАНСТВО .....	55
3.1. Векторы, операции с векторами .....	55
3.2. Скалярное произведение векторов .....	60
3.3. Базис и размерность линейного пространства .....	64
3.4. Переход к новому базису .....	72
Вопросы. Задания .....	77
4. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ .....	80
4.1. Основные определения .....	80
4.2. Свойства решений систем линейных алгебраических уравнений .....	86
4.3. Методы решения систем уравнений .....	89
4.3.1. Метод Крамера .....	89
4.3.2. Метод обратной матрицы .....	90
4.3.3. Метод решения неопределенной системы уравнений .....	92
4.3.4. Метод Гаусса .....	96
4.4. Собственные значения и векторы матриц .....	110
Вопросы. Задания .....	118

5. КВАДРАТИЧНЫЕ ФОРМЫ .....	121
5.1. Приведение квадратичной формы к каноническому виду .....	121
5.2. Положительно и отрицательно определенные квадратичные формы .....	135
Вопросы. Задания .....	137

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ .....	140
6.1. Прямоугольная система координат .....	140
6.1.1. Вычисление расстояния между двумя точками .....	142
6.1.2. Деление отрезка в заданном отношении .....	143
6.1.3. Вычисление угла между отрезками с общей граничной точкой .....	145
6.1.4. Вычисление площади треугольника .....	147
6.2. Преобразование прямоугольных координат .....	148
6.2.1. Параллельный перенос координатных осей .....	148
6.2.2. Поворот осей координат .....	149
6.2.3. Одновременные перенос и поворот координатных осей .....	151
6.3. Уравнение линии на плоскости .....	152
6.4. Прямая линия на плоскости .....	157
6.4.1. Общее уравнение прямой .....	157
6.4.2. Неполное уравнение прямой. Уравнение прямой «в отрезках» .....	166
6.4.3. Уравнение прямой с угловым коэффициентом .....	163
6.4.4. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки .....	163
6.5. Взаимное расположение точек и прямых .....	169
6.5.1. Расстояние от точки до прямой .....	169
6.5.2. Пересечение двух прямых .....	172
6.5.3. Условие перпендикулярности двух прямых .....	176
6.5.4. Угол между двумя прямыми .....	178
6.6. Линии второго порядка .....	182
6.6.1. Окружность .....	185
6.6.2. Эллипс .....	188
6.6.3. Гипербола .....	196
6.6.4. Парабола .....	202
Вопросы. Задания .....	206

7. ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В ПРОСТРАНСТВЕ .....	211
7.1. Декартовы координаты точки в пространстве .....	211
7.1.1. Вычисление расстояния между двумя точками в пространстве .....	213
7.1.2. Вычисление угла между отрезками в пространстве, имеющих общую граничную точку .....	213
7.2. Уравнение поверхности .....	215
7.3. Общее уравнение плоскости .....	217
7.4. Уравнение прямой .....	219
7.4.1. Векторное задание прямой .....	224
7.4.2. Параметрическое задание прямой .....	224
7.4.3. Канонический способ задания прямой .....	225
Вопросы. Задания .....	231

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

8. МНОЖЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ .....	234
8.1. Действительные числа .....	234
8.2. Абсолютная величина (модуль) действительного числа .....	239
8.3. Числовые промежутки: отрезки, интервалы, полуинтервалы .....	242
Вопросы. Задания .....	248
9. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ .....	251
9.1. Основные определения .....	251
9.2. Арифметические операции над последовательностями .....	253
9.3. Предел последовательности .....	254
9.4. Вычисление пределов последовательностей .....	262
Вопросы. Задания .....	265
10. САМЫЕ ОБЩИЕ ТИПЫ ФУНКЦИЙ .....	268
10.1. Понятие функции .....	268
10.2. Способы задания функций .....	271
10.2.1. Обратные функции .....	277
10.2.2. Сложные функции (суперпозиция функций) .....	280
10.2.3. Функции, заданные неявно .....	282
10.2.4. Функции, заданные параметрически .....	284
10.3. Классификация элементарных функций .....	286

10.4. Монотонные функции .....	293
10.5. Ограниченные функции .....	294
10.6. Четные и нечетные функции .....	300
10.7. Периодические функции .....	300
10.8. Выпуклые и вогнутые функции .....	301
Вопросы. Задания .....	305
<b>11. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ .....</b>	<b>308</b>
11.1. Предел функции .....	308
11.2. Основные утверждения о пределах функций .....	315
11.3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции .....	317
11.4. Вычисление пределов функций .....	320
11.5. Точки непрерывности и разрыва функций .....	339
11.6. Свойства функций, непрерывных в точке .....	343
11.7. Свойства функций, непрерывных на промежутках .....	343
Вопросы. Задания .....	345
<b>12. ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ФУНКЦИИ .....</b>	<b>350</b>
12.1. Определение производной .....	350
12.2. Односторонние производные .....	353
12.3. Непрерывность и дифференцируемость .....	357
12.4. Геометрический смысл производной .....	359
12.5. Методы вычисления производных .....	362
12.5.1. Таблица производных основных элементарных функций .....	362
12.5.2. Дифференцирование суммы, произведения и частного функций .....	364
12.5.3. Дифференцирование сложных функций .....	367
12.5.4. Дифференцирование обратных функций .....	371
12.5.5. Дифференцирование функций, заданных параметрически .....	374
12.6. Дифференциал функции .....	378
12.7. Геометрический смысл дифференциала .....	380
12.8. Свойства дифференциала .....	382
12.9. Применение дифференциалов функций при приближенных вычислениях .....	383
Вопросы. Задания .....	385

13. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ	391
13.1. Производные высших порядков	391
13.2. Свойства производных высших порядков	393
13.3. Производные высших порядков сложных функций, обратных функций и функций, заданных параметрически	394
13.4. Дифференциалы высших порядков	397
Вопросы. Задания	398
14. НЕКОТОРЫЕ УТВЕРЖДЕНИЯ О ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЯХ	400
14.1. Теорема Ферма	400
14.2. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши	402
14.3. Формула Тейлора	405
Вопросы. Задания	408
15. ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ФУНКЦИЙ	409
15.1. Правило Лопиталя вычисления пределов функций	409
15.2. Критерии монотонности функций	412
15.3. Экстремумы функций	414
15.4. Интервалы выпуклости и вогнутости функций. Точки перегиба	419
15.5. Асимптоты	424
15.6. Построение графиков функций	427
15.7. Приближенное решение уравнений	429
15.8. Интерполяция функций. Численное дифференцирование	441
Вопросы. Задания	444

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ

16. МНОЖЕСТВА В $R^n$	447
16.1. Открытые и замкнутые множества	447
16.2. Выпуклые множества	454
Вопросы. Задания	455
17. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	457
17.1. Основные понятия	457

17.2. Предел функции .....	460
17.3. Непрерывность функций .....	464
17.4. Непрерывность суперпозиции непрерывных функций .....	465
17.5. Выпуклые и вогнутые функции .....	467
17.6. Теоремы о непрерывных функциях .....	470
Вопросы. Задания .....	471
<b>18. ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОСТЬ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ .....</b>	<b>474</b>
18.1. Частные производные и частные дифференциалы .....	474
18.2. Дифференцируемость функции в точке .....	476
18.3. Дифференцирование сложной функции .....	478
18.4. Дифференцирование функций, заданных неявно .....	480
18.5. Градиент функции и ее производная по направлению .....	482
18.6. Частные производные и дифференциалы высших порядков .....	487
18.7. Экстремальные точки дифференцируемых функций .....	490
Вопросы. Задания .....	494
<b>ЛИТЕРАТУРА .....</b>	<b>498</b>
Греческий алфавит .....	500
Латинский алфавит .....	500