

Inhaltsverzeichnis

1 Los geht's	1
1.1 Inhalt und Absicht	1
1.2 Routenplan	2
1.3 Stil und gute Sitten	3
1.4 Literatur	4
2 Vom Nacheinander zur Ordnung	7
2.1 Vorgänge in der Zeit	8
2.2 Ordnungen und strikte Ordnungen	10
2.3 Ein Algorithmus von E. Lawler	13
2.4 Geordnete Mengen	14
3 Lineare Ordnungen	21
3.1 Ordnungserweiterungen	21
3.2 Lineare Erweiterungen	23
3.3 Ordnungswahrscheinlichkeiten	27
3.4 Unendliche Ketten und das Lemma von M. Zorn	29
4 Enthaltensein von Figuren	33
4.1 Ein Satz von R.P. Dilworth	34
4.2 Das Auswahlprinzip von R. Rado	37
4.3 Enthaltensein von Mengen	40
4.4 Ketten und Antiketten von Mengen	42
5 Dimensionstheorie: Ketten	47
5.1 Ordnungsdimension	47
5.2 Produkte von Ketten	50
5.3 Bestimmung der Ordnungsdimension	53
5.4 Endliche zweidimensionale Ordnungen	55

6	Begriffliche Ordnung	61
6.1	Aus jeder Relation ein Begriffsverband	61
6.2	Verbände	65
6.3	Beispiele vollständiger Verbände	68
6.4	Merkmalexploration	73
7	Rechnen mit Hüllenoperatoren	79
7.1	Mengenoperator und Mengensystem	79
7.2	Ein Algorithmus zur Erzeugung aller Hüllen	84
7.3	Formale Begriffe berechnen	86
7.4	Galoisverbindungen	89
8	Strukturtheorie: Unterverbände	95
8.1	Irreduzible Elemente und die Pfeilrelationen	97
8.2	Kontextkonstruktionen	101
8.3	Elementare Standardskalen	105
8.4	Vollständige Unterverbände und Ketten	106
9	Von Ordnungen zu Verbänden	111
9.1	Die Vervollständigung	111
9.2	Ordnungsideale und Ordnungsfiler	116
9.3	Maximale Antiketten	122
9.4	Konvexe Mengen	123
10	Dimensionstheorie: Ferrers-Relationen	127
10.1	Die Ferrers-Dimension	127
10.2	Ein Beispiel, kritische Paare und Pfeile	131
10.3	Unverträglichkeitsgraph und -hypergraph	134
10.4	k -Dimension	137
11	2-Dimension und Faktoranalyse	141
11.1	Mengendarstellungen und 2-Dimension	142
11.2	Boolesche Faktoranalyse	145
11.3	Ordinale Faktoranalyse	148
11.4	Gruppentests	151
12	Kurz und bündig	157
12.1	Relationen und Mengenfamilien	157
12.2	Lineare Erweiterungen	160
12.3	Geordnete Mengen	160
12.4	Antiketten und die Potenzmenge	162
12.5	Vollständige Verbände	165
12.6	Begriffsverbände	167

12.7	Kontextmanipulationen	169
12.8	Kontexte aus Ordnungen	171
12.9	Die Ferrers-Dimension	172
12.10	Mengendarstellungen und Anwendungen	174
Literaturverzeichnis		175
Sachverzeichnis		177

1.1 Inhalt und Absicht

Dieser Text ist als Grundlage für eine Vorlesung entstanden, die sich an Studenten an dem letzten Studienjahr wendet. Er führt ein in die Mathematik geordneter Mengen und vollständiger Verbände, ist dabei aber nicht als ein umfassendes Lehrbuch zu verstehen, sondern als eine Einladung, sich mit diesem Themenkreis zu beschäftigen. Das gibt uns die Freiheit, wichtige Teilgebiete einfach wegzulassen und besonders interessante Themen anzuschneiden, ohne sie ganz auszuschließen.

Warum sollte ein Leser dieser Einladung folgen, wenn ein Student sich für geordnete Mengen interessiert? Weil die Theorie mathematisch aufregend und zugleich abstrich ist, aber außerdem, weil sie so ganz anders ist als die klassische Mathematik, denn reife Schönheit die ersten Semester geprägt hat.

Zu den Stärken der Ordnungstheorie gehört es, anschaulich und anwendbar zu sein. Diese Aspekte werden betont, aber wir wollen hoffen, wie nicht auf das Anschauliche und Nützliche, denn die Studenten, für die das Buch geschrieben ist, gehen sich damit erfahrungsgemäß nicht abfinden. Natürlich hilft in dieser sehr klaren Darstellung der Platz, sich ernsthaft mit tiefliegenden Resultaten zu beschäftigen, aber es gibt viele Dinge dazu.

Um was handelt es sich bei der Ordnungstheorie? Gibt es ein einheitliches Spezialgebiet oder um mathematische Ideen von allgemeinem Interesse, die angewandte Methoden nur pragmatischem Nutzen oder um abstrakte mathematische Theorie, die sprachliche

This chapter might have been called "Introduction", but nobody wants the introduction, and we wanted you to read this. We feel not admitting this here, in the first page, because nobody reads the first page in this book.

And Since Modeling the World von D. E. Dook, P. F. Volleman und A. D. de Vries