

# O B S A H

edslov . . . . .	3
ÚVOD . . . . .	5
 ZÁKLADY MATEMATICKEJ TEÓRIE PRUŽNOSTI . . . . .	7
2.1 Základné pojmy . . . . .	7
2.2 Rozbor napäťosti v bode telesa . . . . .	9
2.2.1 Napätie vo všeobecnej rovine . . . . .	9
2.2.2 Hlavné napäťia, hlavné smery, elipsoid napäťia . .	13
2.2.3 Extrémne hodnoty šmykových napäťí . . . . .	21
2.2.4 Oktaedrické normálové a šmykové napäťia . . . . .	23
2.2.5 Guliový tenzor a deviátor napäťia . . . . .	25
2.2.6 Mohrove kružnice napäťostí . . . . .	27
2.2.7 Diferenciálne rovnice rovnováhy v pravouhlých sú -	
radniciach . . . . .	29
2.3 Rozbor pretvorenia v bode telesa . . . . .	31
2.3.1 Tenzor deformácie . . . . .	31
2.3.2 Hlavné pomerné deformácie, hlavné smery . . . . .	35
2.3.3 Extrémne hodnoty šmykových deformácií, oktaedrické	
normálové a šmykové deformácie, Mohrova kružnica	
deformácií . . . . .	36
2.3.4 Rovnice kompatibility deformácie . . . . .	39
2.4 Fyzikálne rovnice pre lineárne pružný materiál . . . . .	42
2.4.1 Fyzikálne rovnice pre anizotrópny materiál . . . .	42
2.4.2 Fyzikálne rovnice, pre izotrópny materiál - Hookov	
zákon . . . . .	44
2.5 Riešenie diferenciálnych rovnic matematickej teórie pruž -	
ností . . . . .	45
2.5.1 Riešenie úlohy v posuvoch - Lamého rovnice . . .	47
2.5.2 Riešenie úlohy v napätiach - Beltramiho rovnice .	48
2.5.3 Riešenie úlohy pomocou funkcie napäťia . . . . .	51
 ROVINNÉ ÚLOHY MATEMATICKEJ TEÓRIE PRUŽNOSTI . . . . .	52
3.1 Rovinná napäťosť a rovinná deformácia . . . . .	52
3.2 Základné rovnice matematickej teórie pružnosti pri rovin -	
nej napäťosti . . . . .	53
3.3 Základné rovnice matematickej teórie pružnosti pri rovin -	
nej deformácii . . . . .	56
3.4 Riešenie rovinnej úlohy v zložkách napäťia . . . . .	58
3.5 Airyho funkcia napäťia . . . . .	59

3.6 Niektoré elementárne úlohy v pravouhlých súradničiach	61
3.7 Výpočet posunutí pri rovinných úlohách . . . . .	70
3.8 Riešenie rovinných úloh v polárnych súradničiach . . . . .	73
3.8.1 Diferenciálne rovnice rovnováhy . . . . .	73
3.8.2 Geometrické rovnice . . . . .	75
3.8.3 Fyzikálne rovnice . . . . .	76
3.8.4 Rovnica kompatibility v zložkách napäťia . . . . .	77
3.8.5 Airyho funkcia napäťia v polárnych súradničiach .	79
3.8.6 Riešenie rovinných úloh v polárnych súradničiach	81
3.8.7 Rotačne symetrické úlohy . . . . .	88
 4. TEPLOTNÉ NAPÄTIA . . . . .	96
4.1 Základné vzťahy pre teplotnú elasticitu . . . . .	96
4.2 Základné rovnice vedenia tepia . . . . .	97
4.3 Teplotné napäťia pri rovinných úlohách . . . . .	100
4.3.1 Teplotné napäťia v pravouhlých súradničiach . . . . .	100
4.3.2 Teplotné napäťia v rotačne symetrických úlohách .	104
4.4 Teplotné napäťia v nosníkoch . . . . .	110
 5. ENERGETICKÉ PRINCÍPY A VARIAČNÉ METÓDY . . . . .	115
5.1 Princíp virtuálnych prác . . . . .	115
5.2 Deformačná energia . . . . .	116
5.3 Lágrangeov variačný princíp . . . . .	120
5.4 Castiglianov variačný princíp . . . . .	122
5.5 Aplikácie variačných princípov v pružnosti a pevnosti .	125
5.5.1 Nepriama variačná metóda . . . . .	126
5.5.2 Priame variačné metódy . . . . .	128
 6. METÓDA KONEČNÝCH PRVKOV . . . . .	134
6.1 Úvod do metódy konečných prvkov . . . . .	134
6.2 Využitie maticového počtu pre vyjadrenie základných vzťahov a princípov teórie pružnosti . . . . .	137
6.3 Princíp metódy konečných prvkov . . . . .	139
6.3.1 Diskretizácia telesa na konečné prvky . . . . .	139
6.3.2 Analýza prvku . . . . .	142
6.3.2.1 Volba approximačných funkcií, tvarové funkcie . . . . .	142
6.3.2.2 Matica tuhosti prvku, vektor zataženia prvku . . . . .	144
6.3.3 Zostavenie výslednej sústavy rovnic . . . . .	146
6.3.3.1 Transformácia matic prvkov do globálnych súradnič . . . . .	148
6.3.3.2 Lokalizácia matic prvkov . . . . .	150

6.3.4 Riešenie výslednej sústavy rovnic . . . . .	151
6.4 Aplikácia metódy konečných prvkov na jednorozmernú úlohu	152
6.5 Riešenie rovinných úloh metódou konečných prvkov . . . . .	159
6.5.1 Rovinná napäťosť a rovinná deformácia v maticovom zápise . . . . .	159
6.5.2 Diskretizácia telesa na konečné prvky . . . . .	161
6.5.3 Analýza prvku . . . . .	162
6.5.3.1 Volba aproximačných funkcií, tvarové funkcie . . . . .	162
6.5.3.2 Matica tuhosti prvku, vektor zataženia prvku . . . . .	164
6.5.4 Zostavenie výslednej sústavy rovnic a jej riešenie	166
6.6 Aplikácie metódy konečných prvkov . . . . .	169
 7. METÓDA HRANIČNÝCH PRVKOV . . . . .	172
7.1 Úvod . . . . .	172
7.2 Princíp metódy hraničných prvkov . . . . .	173
7.3 Základné úlohy metódy hraničných prvkov . . . . .	176
7.3.1 Osamelá sila pôsobiaca kolmo na polrovinu . . . . .	176
7.3.2 Spojité zataženie na okraji polroviny . . . . .	179
7.3.3 Číselné riešenie úlohy so spojitým zatažením polroviny . . . . .	182
7.3.4 Nerovnomerné rozloženie hraničných prvkov . . . . .	187
7.3.5 Využitie symetrie . . . . .	187
7.3.6 Integrálna formulácia úlohy . . . . .	189
 8. ZÁKLADY MECHANIKY KOMPOZITNÍCH MATERIAĽOV . . . . .	190
8.1 Základné pojmy o kompozitných materiáloch . . . . .	190
8.2 Jednosmerové kompozity . . . . .	193
8.2.1 Charakteristika jednosmerných kompozítov . . . . .	193
8.2.2 Pozdĺžna pevnosť a tuhosť . . . . .	195
8.2.3 Priečna pevnosť a tuhosť . . . . .	202
8.3 Analýza ortotrópnych vrstiev kompozítov . . . . .	205
8.3.1 Fyzikálne rovnice laminey v hlavnom súradnicovom systéme . . . . .	206
8.3.2 Fyzikálne rovnice laminey vo všeobecnom súradnicovom systéme . . . . .	208
8.3.3 Určenie zložiek matice podľajnosti laminey . . . . .	211
8.3.4 Kritéria porušenia jednosmerových kompozítov pri rovinnej napäťosti . . . . .	212
8.3.5 Vplyv orientácie šmykového napätia na pevnosť kompozítov . . . . .	219

<b>9. ÚVOD DO LOMOVEJ MECHANIKY</b>	<b>221</b>
9.1 Základné pojmy	221
9.2 Napäťosť a deformácia v okoli vrubov a trhlin	222
9.2.1 Napäťosť a deformácia v okoli vrubov	222
9.2.2 Napäťosť a deformácia v okoli trhlin	226
9.3 Kritéria lineárnej lomovej mechaniky	230
9.3.1 K- koncepcia	231
9.3.2 Koncepcie spojené s plastickou zónou na čele trhliny	233
9.3.3 Energetické kritéria lomu	236
9.3.3.1 Griffithovo kritérium lomu	236
9.3.3.2 G- koncepcia	237
9.3.3.3 Kritérium J- integrálu	238
9.4 Kritéria nelineárnej lomovej mechaniky	239
<b>10. PROBLÉMY SPOĽAHLIVOSTI A ŽIVOTNOSTI</b>	<b>240</b>
10.1 Základné pojmy	240
10.2 Únavové vlastnosti materiálu a súčiastok	241
10.2.1 Klasifikácia kmitavých procesov	241
10.2.2 Wöhlerova krvka	244
10.2.3 Základné faktory ovplyvňujúce únavovú pevnosť	245
10.2.3.1 Vplyv stredného napätia na medzu únavy	246
10.2.3.2 Vplyv tvaru súčiastky	249
10.2.3.3 Vplyv veľkosti súčiastky	251
10.2.3.4 Vplyv akosti povrchu	252
10.2.3.5 Vplyv ďalších faktorov	254
10.2.4 Únavové krvky reálnych súčiastok	255
10.2.5 Únava pri kombinovanom namáhaní	256
10.3 Kmitavé prevádzkové zaťaženie	259
10.3.1 Formulácia prevádzkových procesov a ich meranie	259
10.3.2 Spracovanie prevádzkových zaťažovacích procesov	260
10.3.2.1 Schématisácia procesu podľa charakteristických parametrov	260
10.3.2.2 Spracovanie procesu ako spojitej náhodnej funkcie	264
10.4 Metódy stanovenia životnosti a dimenzovanie na únavu	266
10.4.1 Filozófia dimenzovania na únavu	266
10.4.2 Dimenzovanie na trvalú pevnosť	268
10.4.2.1 Miera bezpečnosti pri jednoduchom namáhaní	269
10.4.2.2 Miera bezpečnosti pri kombinovanom namáhaní	270
10.4.3 Dimenzovanie na obmedzenuý únavový život	271

10.4.3.1 Hypotézy kumulácie únavového poškodenia	272
10.4.3.2 Postup odhadu životnosti	274
10.5 Základy spolahlivosti mechanických systémov	275
10.5.1 Akosť výrobku	275
10.5.2 Riadenie, meranie a skúšanie spolahlivosti	275
10.5.3 Charakter procesov vedúcich k porušeniu materiálu	277
<b>ZÁKLADY TEÓRIE PLASTICITY</b>	279
11.1 Základné pojmy	279
11.2 Pracovný diagram a jeho aproximácie	279
11.2.1 Základné údaje o pracovnom diagrame	279
11.2.2 Aproximácie pracovného diagramu	283
11.3 Doplnky k rozboru napäťosti a deformácie	285
11.3.1 Intenzita napäťia a pretvorenia	286
11.3.2 Rýchlosť deformácie	287
11.4 Podmienky plasticity	288
11.4.1 Podmienka intenzity napäťia	289
11.4.2 Podmienka maximálneho šmykového napäťia	290
11.4.3 Grafické znázornenie podmienok plasticity a ich experimentálne overenie	291
11.5 Teória malých pružne plastickejých deformácií	298
11.6 Základné úlohy teórie plasticity	298
11.6.1 Pružne-plastickej ohyb prizmatických telies	298
11.6.2 Pružne-plastickej krut telies kruhového prierezu	306
11.7 Riešenie rovinných úloh teórie plasticity	307
11.7.1 Základné pojmy	307
11.7.2 Podmienky plasticity pri rovinnej deformácii	309
11.7.3 Diferenciálne rovnice sklzových čiar	309
11.7.4 Vlastnosti sklzových čiar	312
11.7.5 Elementárne siete sklzových čiar	314
<b>EXPERIMENTÁLNA PRUŽNOSŤ</b>	320
12.1 Predmet a ciele experimentálnej pružnosti	320
12.2 Tenzometrické metódy	321
12.2.1 Tenzometre mechanické	322
12.2.2 Mechanicko-optické tenzometre	323
12.2.3 Strunové tenzometre	324
12.2.4 Pneumatické tenzometre	324
12.2.5 Elektrické odporevé tenzometre	325
12.2.5.1 Druhy odporevých tenzometrov	325
12.2.5.2 Meranie malých odporevých zmien	328

12.2.5.3 Vlastnosti odporových tenzometrov . . . . .	334
12.2.5.4 Vplyv prevádzkových podmienok na tenzo- metrické meranie . . . . .	336
12.2.5.5 Postup tenzometrického merania . . . . .	338
12.2.5.6 Určenie napäti z nameraných deformácií	341
<b>12.3 Fotoelasticimetria . . . . .</b>	<b>344</b>
12.3.1 Dvojlosom svetla . . . . .	346
12.3.2 Intenzita svetla za polarizátorom pri priamkovo polarizovanom svetle . . . . .	348
12.3.3 Určovanie konštanty optickej citlivosti . . . .	354
12.3.4 Určovanie napäťosti v modeloch . . . . .	355
12.3.4.1 Separácia hlavných normálových napäťí pozdĺž izostatov . . . . .	357
12.3.5 Reflexná fotoelasticimetria . . . . .	359
<b>12.4 Metóda mechanicko-optickej interferencie - moiré metóda</b>	<b>361</b>
12.4.1 Metóda povrchovej mriežky . . . . .	361
<b>12.5 Holografia . . . . .</b>	<b>363</b>
<b>12.6 Krehké nátery . . . . .</b>	<b>365</b>
<b>LITERATÚRA . . . . .</b>	<b>367</b>