
Obsah

1	Funkce v \mathbb{R}^n, spojitost, limita	9
1.1	Pojem funkce	9
1.1.1	Funkční předpis, definiční obor, obor hodnot, graf	9
1.1.2	Spojitosť funkce jedné proměnné	11
1.2	Funkce n -proměnných	12
1.2.1	Prostor \mathbb{R}^n , definiční obor, obor hodnot, graf funkce	12
1.3	Norma, metrika, topologie v \mathbb{R}^n	16
1.3.1	Prostor \mathbb{R}^2	16
1.3.2	\mathbb{R}^n a obecnější normovaný lineární prostor	17
1.3.3	Posloupnosti	18
1.3.4	Speciální body a množiny	20
1.4	Limita a spojitost funkce	26
1.4.1	Limita funkce	27
1.4.2	Spojitosť funkce	29
1.4.3	Spojitosť elementárních funkcí	30
2	Diferencovatelnost funkce	32
2.1	Derivace	32
2.1.1	Derivace funkce jedné proměnné a tečna v bodě grafu	32
2.1.2	Parciální derivace, tečná rovina	35
2.1.3	Výpočet parciálních derivací	38
2.1.4	Parciální derivace vyšších řádů	40
2.2	Diferencovatelnost funkce	42
2.2.1	Slabý diferenciál, derivace ve směru	42
2.2.2	Silný diferenciál	45
2.2.3	Diferencovatelnost v \mathbb{R}^n	46
2.2.4	Derivace složené funkce	48
2.2.5	Věta o implicitní funkci	49
2.2.6	Tečná nadrovina a normála funkce zadané implicitně	51
3	Extrémy funkce	54
3.1	Taylorův polynom	54
3.1.1	Taylorův polynom funkce jedné proměnné	54

3.1.2	Taylorova věta pro funkci n proměnných	55
3.1.3	Totální diferenciály vyšších řádů	56
3.1.4	Taylorova věta pro $n = 2, m = 2$	57
3.2	Lokální extrémů	59
3.2.1	Co je lokální extrém	59
3.2.2	Existence lokálních extrémů	60
3.2.3	Lokální extrémů funkce dvou proměnných	62
3.3	Vázané lokální extrémů	64
3.3.1	Co je vázaný lokální extrém	64
3.3.2	Dosazovací metoda	65
3.3.3	Úroňové křivky	69
3.3.4	Metoda Lagrangeových multiplikátorů	70
3.3.5	Význam Lagrangeova multiplikátoru	72
3.3.6	Dosazovací metoda versus Lagrangeova metoda	73
3.4	Globální extrémů	73
3.4.1	Definice, existence, příklady	73
4	Určitý integrál v \mathbb{R}^n	76
4.1	Riemannův integrál v \mathbb{R}^1 a v \mathbb{R}^2	77
4.1.1	Jednorozměrný integrál	77
4.1.2	Dvojměrný integrál na intervalu	82
4.1.3	Vícerozměrný integrál na množině	85
4.2	Výpočet vícerozměrného integrálu	88
4.2.1	Fubiniho věta	88
4.2.2	Věta o substituci	93
4.2.3	Přehled nejpoužívanějších substitucí v \mathbb{R}^2 a v \mathbb{R}^3	95
4.3	Aplikace vícerozměrného integrálu	96
4.3.1	Obsah, objem, hmotnost, momenty, těžiště	97
5	Diferenciální rovnice 1. řádu	101
5.1	Základní pojmy	102
5.1.1	Diferenciální rovnice 1. řádu a její řešení	102
5.1.2	Cauchyova úloha pro diferenciální rovnici	105
5.2	Základní typy diferenciálních rovnic 1. řádu	107
5.2.1	Rovnice se separovanými proměnnými	107
5.2.2	Diferenciální rovnice homogenní	110
5.3	Lineární diferenciální rovnice 1. řádu	112
5.3.1	Existence a jednoznačnost řešení	112
5.3.2	Metoda integračního faktoru	116
5.3.3	Lineární diferenciální rovnice 1. řádu s konstantními koeficienty	117

6	Lineární diferenciální rovnice vyššího řádu a soustavy prvního řádu	121
6.1	Lineární rovnice 2. řádu s konstantními koeficienty	122
6.1.1	Řešení homogenní lineární rovnice	122
6.1.2	Řešení nehomogenní rovnice metodou neurčitých koeficientů	123
6.2	* Soustava lineárních rovnic 1. řádu a rovnice řádu n	124
6.2.1	Soustava lineárních diferenciálních rovnic 1. řádu	124
6.2.2	Lineární diferenciální rovnice řádu n	128
6.2.3	Metoda variace konstant	129
6.2.4	Variace konstant pro nehomogenní rovnici řádu n	131
6.3	Soustava lineárních rovnic s konstantní maticí	132
6.3.1	Eliminační metoda	132
6.3.2	Maticová exponenciála	133
6.3.3	Vlastní čísla a vlastní vektory matice	134
6.3.4	Řešení homogenní soustavy, Jordanovy buňky	135
6.3.5	Metoda neurčitých koeficientů pro soustavu	140
7	Integrální transformace	142
7.1	Laplaceova transformace	142
7.1.1	Definice a základní vlastnosti	143
7.1.2	Základní vzorce a pravidla	145
7.2	Zpětná Laplaceova transformace	147
7.2.1	Předmět k racionální funkci	148
7.2.2	Zpětná transformace obrazu impulsu, konvoluce	149
7.3	Řešení diferenciálních rovnic	150
7.3.1	Diferenciální rovnice 2. řádu	150
7.3.2	Soustava diferenciálních rovnic 1. řádu	152
7.4	*Fourierova transformace	154
7.4.1	Definice a vlastnosti Fourierovy transformace	154
7.4.2	Inverzní Fourierova transformace	158
7.5	*Aplikace Fourierovy transformace	159
7.5.1	Výpočet určitého integrálu	159
7.5.2	Inverzní Laplaceova transformace	160
7.5.3	Shannonova vzorkovací věta	161
8	Dodatek A — Základní pojmy	162
8.1	Výroková logika a množiny	162
8.1.1	Výroky, kvantifikátory	162
8.1.2	Množiny	165
8.2	Číselné množiny	166
8.2.1	Množina reálných čísel	167
8.2.2	Množina komplexních čísel	173

9	Dodatek B	179
9.1	Určitý Riemannův integrál	179
9.1.1	Nevlastní Riemannův integrál v \mathbb{R}^1	179
9.1.2	Riemannův n -rozměrný integrál na intervalu	181
9.1.3	*Měřitelné množiny, prostory integrovatelných funkcí	182
9.1.4	*Lebesgueův určitý integrál — poznámky	184
9.1.5	*Výpočet jednorozměrného určitého integrálu pomocí dvoj- ného	185
9.2	Normovaný lineární prostor	188
9.2.1	Lineární prostor	188
9.2.2	Norma na lineárním prostoru	194
9.2.3	*Metrika a topologie	195
9.2.4	*Cauchyovská posloupnost, úplný prostor	196
9.3	Lineární a kvadratické formy	197
9.3.1	Lineární zobrazení, lineární formy, nadroviny	197
9.3.2	Kvadratické formy na \mathbb{R}^n	200
	Literatura	206
	Rejstřík	207