

# O B S A H

|  |           |
|--|-----------|
| <b>FREDHOV CR</b> . . . . .  | <b>3</b>  |
| <b>1. ÚVOD</b> . . . . .   | <b>4</b>  |
| <b>TEORETICKÉ ZÁKLADY APLIKOVANEJ MECHANIKY</b> . . . . .                          | <b>6</b>  |
| <b>2. ŠTRUKTURÁLNY ROZBOR SÚSTAV TELIES</b> . . . . .                              | <b>6</b>  |
| 2.1 Základné pojmy . . . . .   | 6         |
| 2.2 Väzby . . . . .  | 7         |
| 2.3 Pohyblivosť sústavy. Sústavové skupiny. Súvis so statickou .                   | 13        |
| 2.4 Pasívne väzby a ich dôsledky . . . . .   | 16        |
| 2.5 Vzorec mechanizmu. Štrukturálne matice. . . . .                                | 20        |
| <b>3. KINEMATICKÉ VYŠETROVANIE MECHANIZMOV</b> . . . . .                           | <b>23</b> |
| 3.1 Kinematická analýza mechanizmov . . . . .                                      | 25        |
| 3.1.1 Analytické kinematické vyšetrovanie mechanizmov . . . . .                    | 26        |
| 3.1.1.1 Geometrická metóda . . . . .   | 26        |
| 3.1.1.2 Vektorová metóda . . . . .   | 29        |
| 3.1.1.3 Maticová metóda . . . . .  | 36        |
| 3.1.2 Grafické riešenie kinematických veličín rovinných me-<br>chanizmov . . . . . | 48        |
| 3.1.3 Mechanizmy so stálym prevodom . . . . .                                      | 52        |
| 3.2 Základy syntézy mechanizmov . . . . .  | 58        |
| 3.2.1 Inverzná úloha polohy . . . . .  | 58        |
| 3.2.2 Geometrická syntéza kĺbových mechanizmov . . . . .                           | 59        |
| 3.2.3 Počtárske metódy geometrickej syntézy kĺbových mecha-<br>nizmov . . . . .    | 61        |
| 3.2.3.1 Kolokačná metóda . . . . .   | 61        |
| 3.2.3.2 Gaussova metóda . . . . .  | 65        |
| <b>4. STATICKÉ RIEŠENIE SÚSTAVY</b> . . . . .                                      | <b>67</b> |
| 4.1 Metóda uvoľňovania . . . . .   | 70        |
| 4.1.1 Počtárske riešenie . . . . .   | 70        |
| 4.1.2 Grafické riešenie . . . . .  | 72        |
| 4.2 Princíp virtuálnych prác a výkonov . . . . .                                   | 83        |
| <b>5. DYNAMICKÉ VYŠETROVANIE MECHANICKÝCH SÚSTAV</b> . . . . .                     | <b>93</b> |
| 5.1 Metódy zostavenia pohybových rovníc . . . . .                                  | 93        |
| 5.1.1 Metóda uvoľňovania . . . . .   | 93        |
| 5.1.2 Metódy analytickej mechaniky . . . . .                                       | 102       |

|  |            |
|--|------------|
| 5.1.2.1 Princíp virtuálnych prác . . . . .   | 102        |
| 5.1.2.2 Lagrangeove rovnice II. druhu . . . . .  | 106        |
| 5.1.2.3 Metóda redukcie hmotových a silových veličín . . . . .   | 109        |
| 5.2 Konštrukcia dynamických modelov . . . . .  | 114        |
| 5.3 Redukcia kľukového mechanizmu a kľukového hriadeľa . . . . .                                       | 120        |
| 5.3.1 Redukcia centrického kľukového mechanizmu . . . . .  | 120        |
| 5.3.2 Redukcia kľukového hriadeľa . . . . .  | 124        |
| 5.4 Vyvažovanie . . . . .  | 126        |
| 5.4.1 Vyvažovanie tuhých rotorov . . . . .   | 126        |
| 5.4.1.1 Podmienky vyváženosti tuhého rotora. Druhy<br>nevyváženosti . . . . .                          | 128        |
| 5.4.1.2 Základné vyvažovacie rovnice . . . . .   | 130        |
| 5.4.1.3 Vyvažovacie postupy. Technológia vyvažova-<br>nia. Prípustné nevyvážky . . . . .               | 130        |
| 5.4.2 Vyvažovanie pružných rotorov . . . . .   | 132        |
| 5.4.3 Vyvažovanie mechanizmov . . . . .  | 133        |
| 5.4.3.1 Statické vyvažovanie mechanizmov . . . . .   | 135        |
| 5.4.3.2 Určenie ťažiska mechanizmu . . . . .   | 136        |
| 5.4.3.3 Podmienky statického vyváženania mechanizmu . . . . .  | 139        |
| 5.4.3.4 Vyváženie zotrvačných účinkov členov mecha-<br>nizmu pri jeho pohybe . . . . .                 | 142        |
| 5.4.3.5 Vyvažovanie mechanizmu sústavou protibežných<br>vývažkov . . . . .                             | 143        |
| <b>KMITANIE MECHANICKÝCH SÚSTAV . . . . .</b>  | <b>147</b> |
| <b>6. KMITANIE LINEÁRNYCH SÚSTAV S JEDNÝM STUPŇOM VOĽNOSTI POHYBU . . . . .</b>                        | <b>153</b> |
| <b>7. KMITANIE LINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV S KONEČNÝM POČTOM<br/>STUPŇOV VOĽNOSTI . . . . .</b>     | <b>167</b> |
| 7.1 Voľné kmitanie lineárnej mechanickej sústavy s n-stupňami<br>voľnosti bez tlmenia . . . . .        | 167        |
| 7.1.1 Ortogonálnosť vlastných tvarov kmitania . . . . .  | 183        |
| 7.1.2 Voľné torzné kmitanie dvoch kolies na hriadeli . . . . .   | 189        |
| 7.1.3 Voľné ohybové kmitanie dvoch sústredených hmotností . . . . .                                    | 193        |
| 7.1.4 Voľné kmitanie lineárnych mechanických sústav s<br>viac stupňami voľnosti s tlmením . . . . .    | 195        |
| 7.2 Vynútené kmitanie lineárnych mechanických sústav s viac<br>stupňami voľnosti bez tlmenia . . . . . | 203        |
| 7.3 Vynútené kmitanie lineárnych mechanických sústav s viac<br>stupňami voľnosti s tlmením . . . . .   | 212        |
| 7.4 Približné metódy výpočtu vlastných kruhových frekvencií<br>lineárnej mechanickej sústavy . . . . . | 220        |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 7.4.1  | Výpočet najnižšej vlastnej kruhovej frekvencie ohybového kmitania nosníka energetickou metódou . . . . . | 220 |
| 7.4.2  | Holzerova metóda výpočtu vlastných kruhových frekvencií lineárnej mechanickej sústavy . . . . .          | 221 |
| 8.     | PRENOS KMITAVÉHO POHYBU STROJOV DO ZÁKLADOV . . . . .  | 225 |
| 8.1    | Stred pružnosti. Hlavné osi pružnosti . . . . .  | 225 |
| 8.2    | Prenos kmitavého pohybu telesa cez pružné uloženie do základov bez tlmenia . . . . .                     | 230 |
| 8.3    | Prenos kmitavého pohybu telesa cez pružné uloženie do základov s uvažovaním tlmenia . . . . .            | 234 |
| 8.4    | Určenie dynamickej sily v pružne uloženom stroji pri jeho kmitavom pohybe . . . . .                      | 241 |
| 8.5    | Návrh pružného uloženia stroja pri kinematickom budení . . . . .   | 243 |
| 8.6    | Uloženie stroja s rázovými účinkami . . . . .  | 245 |
| 8.7    | Prípustné parametre kmitavého pohybu strojov . . . . .   | 247 |
| 8.8    | Tlmenie kmitavého pohybu lode . . . . .  | 253 |
| 9.     | KRITICKÁ UHLOVÁ RÝCHLOSŤ HRIADEĽOV . . . . .   | 257 |
| 9.1    | Kritická uhlová rýchlosť hriadeľa s jedným kolesom . . . . .   | 257 |
| 9.2    | Kritická uhlová rýchlosť hriadeľa s nekruhovým prierezom . . . . .                                       | 265 |
| 9.3    | Kritická uhlová rýchlosť hriadeľa s n- sústredenými hmotnosťami. Dunkerleyov vzorec . . . . .            | 267 |
| 9.4    | Kritická uhlová rýchlosť hriadeľa uloženého na n- podperách . . . . .                                    | 273 |
| 9.5    | Približné metódy výpočtu kritických uhlových rýchlostí . . . . .   | 277 |
| 9.6    | Vplyv gyroskopických účinkov kolies na kritickú uhlovú rýchlosť rotujúceho hriadeľa . . . . .            | 280 |
| 9.6.1  | Kritické uhlové rýchlosti hriadeľa s n- kolesami pri uvažovaní gyroskopických momentov . . . . .         | 288 |
| 9.7    | Kritická uhlová rýchlosť druhého rádu . . . . .  | 290 |
| 10.    | KMITANIE KONTINUA . . . . .  | 293 |
| 10.1   | Ohybové kmitanie nosníkov . . . . .  | 293 |
| 10.2   | Torzné kmitanie hriadeľov . . . . .  | 305 |
| 10.3   | Pozdĺžne kmitanie nosníka . . . . .  | 310 |
| 11.    | ZÁKLADY TEÓRIE KMITANIA NELINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV S JEDNÝM STUPŇOM VOĽNOSTI . . . . .             | 315 |
| 11.1   | Úvodné poznámky . . . . .  | 315 |
| 11.2   | Voľné kmitanie nelineárnej mechanickej sústavy s 1 <sup>o</sup> voľnosťou . . . . .                      | 320 |
| 11.2.1 | Metóda ekvivalentnej linearizácie . . . . .  | 322 |
| 11.2.2 | Metóda malého parametra . . . . .  | 325 |
| 11.2.3 | Krylovova-Bogoljubovova metóda . . . . .   | 329 |

|          |   |     |
|----------|---|-----|
| 11.2.4   | Metóda harmonickej rovnováhy . . . . .  | 333 |
| 11.2.5   | Bubnova-Galerkinova metóda . . . . .  | 336 |
| 11.2.6   | Metóda priamej linearizácie . . . . .   | 337 |
| 11.2.7   | Voľné kmitanie mechanickej sústavy s lomenou charakteristikou vratnej sily . . . . .  | 340 |
| 11.3     | Znázornenie nelineárneho kmitania vo fázovej rovine . .                               | 343 |
| 11.4     | Vynútené kmitanie nelineárnej mechanickej sústavy s 1 <sup>o</sup> voľnosti . . . . . | 346 |
| 11.4.1   | Druhy rezonancií pri nelineárnom kmitaní . . . . .                                    | 350 |
| 11.5     | Samobudené kmitanie . . . . .   | 352 |
| 11.6     | Parametrické kmitanie . . . . .   | 355 |
| 11.6.1   | Lineárne parametrické kmitanie . . . . .  | 357 |
| 12.      | ŠTATISTICKÁ DYNAMIKA . . . . .  | 366 |
| 12.1     | Úvodné poznámky . . . . .   | 366 |
| 12.2     | Základy teórie náhodných procesov . . . . .   | 367 |
| 12.2.1   | Definícia náhodnej funkcie a náhodného procesu . .                                    | 367 |
| 12.2.2   | Štatistické charakteristiky náhodného procesu . .                                     | 368 |
| 12.2.2.1 | Distribučná funkcia náhodného procesu . .   | 368 |
| 12.2.2.2 | Hustota pravdepodobnosti náhodného procesu . . . . .                                  | 370 |
| 12.2.2.3 | Momentové funkcie náhodného procesu . .   | 373 |
| 12.2.2.4 | Zmiešané momentové funkcie náhodného procesu . . . . .                                | 376 |
| 12.2.2.5 | Druhy rozdelenia hustoty pravdepodobnosti . .   | 384 |
| 12.2.3   | Rozdelenie náhodných procesov . . . . .   | 386 |
| 12.2.3.1 | Stacionárne náhodné procesy . . . . .   | 386 |
| 12.2.3.2 | Markovove náhodné procesy . . . . .   | 391 |
| 12.2.4   | Autokorelačná funkcia stacionárneho ergodického procesu . . . . .                     | 394 |
| 12.2.5   | Spektrálna výkonová hustota stacionárneho ergodického náhodného procesu . . . . .     | 396 |
| 12.2.6   | Cepstrálna analýza . . . . .  | 410 |
| 12.2.7   | Metódy riešenia problémov štatistickej dynamiky . .                                   | 412 |
| 12.2.8   | Experimentálne vyhodnotenie nameraných náhodných procesov . . . . .                   | 414 |
| 12.2.8.1 | Určenie strednej hodnoty a rozptylu . .   | 417 |
| 12.2.8.2 | Určenie hustoty pravdepodobnosti a distribučnej funkcie . . . . .                     | 418 |
| 12.2.8.3 | Určenie autokorelačnej funkcie . . . . .  | 421 |
| 12.2.8.4 | Určenie spektrálnej výkonovej hustoty . .   | 422 |
| 13.      | NÁHODNÉ KMITANIE LINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV . . . . .                             | 427 |
| 13.1     | Náhodné kmitanie lineárnych mechanických sústav s jedným stupňom . . . . .            | 427 |

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| 13.1.1     | Ozva lineárnej mechanickej sústavy na elementárny impulz sily . . . . .   | 427 |
| 13.1.2     | Frekvenčný prenos lineárnej mechanickej sústavy .   | 429 |
| 13.1.3     | Vzťahy medzi štatistickými charakteristikami vstupného a výstupného signálu lineárnej mechanickej sústavy . . . . .             | 431 |
| 13.2       | Náhodné kmitanie lineárnych mechanických sústav s n-stupňami voľnosti . . . . .   | 437 |
| 13.3       | Aplikácia teórie štatistickej dynamiky na riešenie problémov náhodného kmitania dopravných prostriedkov a konštrukcií . . . . . | 441 |
| 14.        | NÁHODNÉ KMITANIE NELINEÁRNYCH MECHANICKÝCH SÚSTAV . . . . .   | 447 |
| 14.1       | Náhodné kmitanie nelineárnej mechanickej sústavy s jedným stupňom voľnosti . . . . .  | 447 |
| LITERATÚRA | . . . . .   | 450 |