Obsah

1 Úvod 1

1.1 Nelineární prvky a jejich charakteristiky 2

1.2 Nelineární dynamické systémy 4

1.2.1 Rozdělení nelineárních systémů 5

1.2.2 Matematický popis nelineárních systémů 5

1.3 Sestavování rovnic nelineárních systémů 6

2 Základní vlastnosti nelineárních systémů 10

2.1 Základní pojmy 10

2.2 Metody řešení přechodných jevů nelineárních systémů 14

2.2.1 Analytické metody 14

2.2.2 Metody malého parametru 16

2.2.3 Grafické a graficko-analytické metody 16

2.2.4 Numerické metody 18

2.2.5 Simulace nelineárních systémů na počítačích 18

2.3 Ustálené stavy nelineárních systémů 18

2.3.1 Autonomní nelineární systémy 18

2.3.2 Neautonomní nelineární systémy 20

3 Stabilita - základní pojmy a definice 24

3.1 Stabilita rovnovážného stavu volného systému 24

3.2 Stabilita pohybu volného systému 27

3.3 Jiné typy stability 28

4 Ljapunovova metoda linearizace 29

4.1 Lineární systémy 29

4.1.1 Lineární autonomní systémy 29

4.1.2 Lineární časově variantní systémy 34

4.2 První Ljapunovova metoda pro nelineární systémy 37

4.2.1 Lokální stabilita rovnovážných stavů autonomních systémů 37

4.2.2 Lokální stabilita rovnovážných stavů neautonomních systémů 40

4.3 Strukturální stabilita 41
4.4 Centrální varieta 42
4.4.1 Výpočet centrální variety a určování stability mezního případu 44
4.5 Úlohy 46

5 Přímá Ljapunovova metoda **47**
5.1 Ljapunovovy funkce pro autonomní systémy 47
5.2 Ljapunovovy funkce pro lineární autonomní systémy 50
5.3 Ljapunovovy funkce pro nelineární autonomní systémy 51
5.3.1 Volba Ljapunovovy funkce na základě fyzikální analogie 51
5.3.2 Volba Ljapunovovy funkce pro nelineární systém podle analogie s linearizovaným systémem 52
5.3.3 Metoda variabilního gradientu 53
5.4 Ljapunovovy funkce pro neautonomní systémy 56
5.5 Věty o nestabilitě 57
5.6 Úlohy 58

6 Speciální systémy **59**
6.1 Gradientní systémy 59
6.2 Pasivní a disipativní dynamické systémy 60
6.2.1 Pozitivně reálné lineární systémy 61
6.2.2 Obecná teorie disipativních systémů 64

7 Absolutní stabilita **67**
7.1 Popovovo kritérium 67
7.1.1 Odvození Popovova kritéria 71
7.1.2 Popovovo kritérium a Ajzermanova hypotéza 74
7.1.3 Transformace pólů a nul 75
7.1.4 Rozšíření Popovova kritéria 77
7.2 Kruhové kritérium 77

8 Stabilita vstup-výstup **79**
8.1 Lebesgueovy prostory a jejich rozšíření 79
8.2 Definice stability vstup-výstup 82
8.3 Stabilita zpětnovazebních systémů 83
8.3.1 Stabilita při malém zesílení 83
8.3.2 Přístup pomocí pasivity 85

9 Nelineární diskrétní systémy **87**
9.1 Definice stability autonomního diskrétního systému 88
9.2 Vyšetření stability pevných bodů metodou linearizace 89

9.3 Vyšetření stability pomocí přímé Ljapunovovy metody 90

10 Periodická řešení a jejich stabilita **91**

10.1 Analytické metody studia periodických řešení 91
10.2 Odhady periodických řešení u systémů druhého řádu 92
10.3 Poincaréovo zobrazení 94
10.4 Rovnice ve variacích 96
10.5 Úlohy 97

11 Bifurkace rovnovážných stavů a periodických řešení **98**

11.1 Bifurkace rovnovážných stavů 98
11.2 Bifurkace periodických řešení 100
11.3 Teorie katastrof 100
11.3.1 Elementární teorie katastrof 102
11.3.2 Aplikace teorie katastrof 105

12 Chaos **106**

12.1 Chaos v diskrétních systémech 107
12.1.1 Kvadratická diferenční rovnice 107
12.1.2 Po částech lineární zobrazení 108
12.1.3 Hénonovo zobrazení 110
12.2 Chaos u diferenciálních rovnic 110
12.2.1 Lorenzův model 110
12.2.2 Jiné modely 111
12.3 Vlastnosti chaotických atraktorů 112
12.3.1 Ljapunovovy exponenty 112
12.3.2 Dimenze atraktorů 115

13 Metoda ekvivalentních přenosů **118**

13.1 Princip metody ekvivalentních přenosů pro jeden vstup 118
13.2 Ekvivalentní přenosy pro frekvenčně nezávislé nelinearity 120
13.3 Ekvivalentní přenosy pro frekvenčně závislé nelinearity 124
13.4 Periodická řešení autonomních systémů 125
13.5 Nelineární systémy s větším počtem nelinearit 127
13.6 Nelineární systémy s nesymetrickými vlastními kmity 128
13.7 Ekvivalentní přenos nelinearity se dvěma vstupy 132

14 Metody syntézy nelineárních řídících systémů **134**

14.1 Linearizace nelineárních systémů 135
14.1.1 Linearizace v pracovním bodě 135
14.1.2 Linearizace ve více pracovních bodech 135

14.1.3 Exaktní linearizace 136
14.2 Základní metody syntézy řízení 136
14.2.1 Lineární nebo linearizovaná soustava s nelineárním řízením 136
14.2.2 Nelineární soustava s lineárním nebo nelineárním řízením 137

15 Exaktní linearizace **140**
15.1 Intuitivní přístup k linearizaci 140
15.1.1 Transformace stavových proměnných 142
15.1.2 Linearizace vstup-výstup 142
15.2 Matematické prostředky pro zpětnovazební linearizace 146
15.3 Linearizace vstup-stav 148
15.4 Linearizace vstup-výstup 152
15.4.1 Relativní stupeň $r < n$. Normální formy. 153
15.4.2 Vnitřní a nulová dynamika 155
15.4.3 Návrh řízení při stabilizaci a sledování 157
15.4.4 Systémy s více vstupy a výstupy 157

16 Identifikace nelineárních systémů **160**
16.1 Obecné úvahy 160
16.2 Deterministické modely a jejich identifikace 163
16.2.1 Deterministické metody identifikace nelineárních systémů 164
16.3 Stochastické modely nelineárních systémů 166
16.4 Stochastické metody identifikace nelineárních systémů 177
16.4.1 Bayesovské metody 177
16.4.2 Rozšířený Kalmanův filtr 181
16.4.3 Stochastické metody interpolace 192
16.4.4 Klasifikace systémů 197

Literatura **200**