

Obsah

1	Číselné množiny	9
1.1	Množina reálných čísel	9
1.1.1	Racionální a iracionální čísla	9
1.1.2	Příklady	9
1.1.3	Úlohy	11
1.1.4	Supremum a infimum množiny	11
1.1.5	Příklady	12
1.1.6	Intervaly v \mathbf{R}	12
1.1.7	Příklady	13
1.1.8	Úlohy	13
1.1.9	Rozšířená reálná osa	13
1.1.10	Okolí bodu a prstencová okolí bodu	14
1.1.11	Příklady	16
1.1.12	Úlohy	16
1.1.13	Klasifikace bodů vzhledem k dané množině	16
1.1.14	Klasifikace množin v \mathbf{R}	17
1.2	Množina komplexních čísel	17
1.2.1	Komplexní čísla	18
1.2.2	Zápis komplexních čísel	19
1.2.3	Příklad	19
1.2.4	Úlohy	20
1.2.5	Počtetní operace s komplexními čísly	20
1.2.6	Příklady	21
1.2.7	Úlohy	22
1.3	Posloupnosti reálných čísel	24
1.3.1	Základní terminologie a symbolika	24
1.3.2	Příklady	26
1.3.3	Úlohy	26
1.3.4	Limita posloupnosti	26
1.3.5	Příklady	27
1.3.6	Úlohy	28
1.3.7	Vlastnosti limity	28
1.3.8	Příklady	30
1.3.9	Úlohy	35

2	Reálné funkce jedné reálné proměnné	37
2.1	Spojitosť funkce	37
2.1.1	Definice a základní vlastnosti reálné funkce	37
2.1.2	Monotónnost funkcí	38
2.1.3	Vektorové funkce	39
2.1.4	Definice spojitosti	39
2.1.5	Operace se spojitými funkcemi	41
2.1.6	Spojitosť složené funkce	42
2.1.7	Vlastnosti funkcí spojitých na intervalu	42
2.2	Limita funkce	44
2.2.1	Limita funkce v bodě	44
2.2.2	Příklady	46
2.2.3	Operace s limitami	49
2.2.4	Vlastnosti limit	49
2.2.5	Věta o limitě složené funkce:	50
2.2.6	Příklady	51
2.2.7	Body nespojitosti	55
2.2.8	Příklady	55
2.3	Elementární funkce	56
2.3.1	Mocninné funkce	56
2.3.2	Příklady	59
2.3.3	Úlohy	61
2.3.4	Exponenciální a logaritmická funkce	61
2.3.5	Příklady	62
2.3.6	Úlohy	63
2.3.7	Goniometrické funkce	64
2.3.8	Příklady	67
2.3.9	Úlohy	68
2.3.10	Cyklometrické funkce	68
2.3.11	Příklady	70
2.3.12	Úlohy	71
2.3.13	Hyperbolické funkce	71
2.3.14	Hyperbolometrické funkce	73
3	Diferenciální počet funkcí jedné proměnné	75
3.1	Derivace funkce	75
3.1.1	Motivace	75
3.1.2	Definice derivace	76
3.1.3	Vlastnosti derivace	77
3.1.4	Derivace elementárních funkcí	79
3.1.5	Příklady	84
3.1.6	Úlohy	86
3.1.7	Diferenciál funkce	87
3.1.8	Příklady	88
3.1.9	Úlohy	89
3.1.10	Derivace vyšších řádů	90
3.1.11	Příklady	91

3.1.12	Úlohy	92
3.1.13	Věty o střední hodnotě	93
3.1.14	Příklady	95
3.1.15	L'Hospitalovo pravidlo	95
3.1.16	Příklady	97
3.1.17	Úlohy	102
3.1.18	Derivace funkcí zadaných parametricky	104
3.1.19	Příklady	104
3.1.20	Úlohy	105
3.2	Vyšetřování průběhu funkce	106
3.2.1	Monotónnost a derivace	106
3.2.2	Příklady	107
3.2.3	Úlohy	108
3.2.4	Lokální extrémy funkce	108
3.2.5	Příklady	109
3.2.6	Úlohy	110
3.2.7	Globální extrémy	111
3.2.8	Příklady	112
3.2.9	Úlohy	113
3.2.10	Konvexní a konkávní funkce, inflexní body	113
3.2.11	Příklady	114
3.2.12	Úlohy	115
3.2.13	Asymptoty grafu funkce	116
3.2.14	Příklady	116
3.2.15	Úlohy	118
3.2.16	Vyšetřování průběhu funkce	119
3.2.17	Příklady	119
3.2.18	Úlohy	124
4	Neurčitý integrál	129
4.1	Primitivní funkce	129
4.1.1	Derivace a primitivní funkce	129
4.1.2	Příklady	130
4.2	Neurčitý integrál	130
4.2.1	Definice neurčitého integrálu	131
4.2.2	Symbolika a terminologie	131
4.2.3	Aditivita integrálu vzhledem k integračnímu oboru	131
4.2.4	Příklad	131
4.2.5	Linearita integrálu	132
4.2.6	Příklady	133
4.3	Základní vzorce pro integraci	133
4.3.1	Základní vzorce	133
4.3.2	Příklady na použití základních vzorců	134
4.3.3	Úlohy	140
4.4	Metoda integrace per partes	141
4.4.1	Věta o integrování per partes	141
4.4.2	Příklady	141

4.4.3	Úlohy	144
4.4.4	Rekurentní formule pro výpočet integrálů	144
4.4.5	Příklady	145
4.4.6	Úlohy	146
4.5	Substituční metoda integrování	147
4.5.1	Věty o integrování substituční metodou	147
4.5.2	Příklady	148
4.5.3	Úlohy	158
4.6	Integrování racionálních funkcí	159
4.6.1	Klasifikace integrálů parciálních zlomků	159
4.6.2	Výpočet integrálů typů I a II	159
4.6.3	Výpočet integrálů typu III	160
4.6.4	Příklady	161
4.6.5	Výpočet integrálů typu IV	162
4.6.6	Příklady	163
4.6.7	Výpočet integrálů typu V	164
4.6.8	Výpočet integrálů typu VI	164
4.6.9	Příklady	164
4.6.10	Úlohy	168
4.7	Integrování dalších typů funkcí	169
4.7.1	Racionální funkce dvou proměnných	169
4.7.2	Integrand obsahuje odmocniny podílu lineárních funkcí	170
4.7.3	Příklady	170
4.7.4	Úlohy	172
4.7.5	Integrand obsahuje odmocniny kvadratických trojčlenů	172
4.7.6	Příklady	173
4.7.7	Úlohy	174
4.7.8	Integrand obsahuje goniometrické funkce	175
4.7.9	Příklady	176
4.7.10	Úlohy	177
5	Riemannův určitý integrál	179
5.1	Zavedení Riemannova integrálu	179
5.1.1	Riemannův integrál na intervalu	179
5.1.2	Vlastnosti Riemannova integrálu	181
5.1.3	Integrál jako funkce horní meze	184
5.1.4	Věta o střední hodnotě	185
5.2	Newtonova-Leibnizova formule	186
5.2.1	Základní věta integrálního počtu	186
5.2.2	Poznámky	187
5.2.3	Příklady	188
5.3	Integrování metodou per partes	191
5.3.1	Věta o integraci per partes	191
5.3.2	Příklady	192
5.3.3	Úlohy	197
5.4	Integrování substituční metodou	198
5.4.1	Věta o integrování substituční metodou	198

5.4.2	Příklady	199
5.4.3	Úlohy	200
5.5	Integrál sudé, liché nebo periodické funkce	201
5.5.1	Základní vztahy	201
5.5.2	Příklady	202
5.5.3	Úlohy	204
5.6	Použití Riemannova integrálu v geometrii a ve fyzice	205
5.6.1	Použití Riemannova integrálu v geometrii	205
5.6.2	Použití Riemannova integrálu ve fyzice a v technice	208
6	Nevlastní Riemannův integrál	215
6.1	Integrál nevlastní vlivem integrandu	215
6.1.1	Motivace	215
6.1.2	Nevlastní integrál z funkce neomezené v okolí jedné integrační meze	215
6.1.3	Poznámky	216
6.1.4	Příklady	216
6.1.5	Newtonova-Leibnizova formule pro nevlastní integrály	218
6.1.6	Příklady	219
6.1.7	Integrály s jediným singulárním bodem ležícím uvnitř integračního oboru	220
6.1.8	Vlastnosti nevlastních integrálů	221
6.1.9	Příklady	222
6.1.10	Úlohy	223
6.2	Kritéria konvergence	224
6.2.1	Poznámka	224
6.2.2	Srovnávací kritérium	224
6.2.3	Poznámky	225
6.2.4	Příklady	225
6.2.5	Absolutně konvergentní integrály	226
6.2.6	Příklad	227
6.2.7	Úlohy	227
6.3	Integrály nevlastní vlivem mezí	228
6.3.1	Motivace	228
6.3.2	Integrály nevlastní vlivem jedné meze	228
6.3.3	Poznámky	229
6.3.4	Příklady	229
6.3.5	Newtonova-Leibnizova formule pro integrály nevlastní vlivem meze	230
6.3.6	Příklad	230
6.3.7	Integrály s integračním oborem $(-\infty, \infty)$	231
6.3.8	Poznámky	231
6.3.9	Příklady	232
6.3.10	Úlohy	233
6.3.11	Absolutně konvergentní integrály	234
6.3.12	Příklad	234
6.4	Kritéria konvergence a divergence	234
6.4.1	Poznámka	234
6.4.2	Nutná podmínka konvergence	235

101	6.4.3	Srovnávací kritérium	235
102	6.5	Dodatky	235
103	6.5.1	Limitní srovnávací kritéria	235
104	6.5.2	Příklady	236
105	6.5.3	Cauchyova hlavní hodnota	238
106	6.5.4	Příklady	239
107	6.5.5	Obecná definice nevlastního integrálu	242
108	6.5.6	Obecný typ nevlastního integrálu	244
109	6.5.7	Příklady	244
110			
111			
112			
113			
114			
115			
116			
117			
118			
119			
120			
121			
122			
123			
124			
125			
126			
127			
128			
129			
130			
131			
132			
133			
134			
135			
136			
137			
138			
139			
140			
141			
142			
143			
144			
145			
146			
147			
148			
149			
150			
151			
152			
153			
154			
155			
156			
157			
158			
159			
160			
161			
162			
163			
164			
165			
166			
167			
168			
169			
170			
171			
172			
173			
174			
175			
176			
177			
178			
179			
180			
181			
182			
183			
184			
185			
186			
187			
188			
189			
190			
191			
192			
193			
194			
195			
196			
197			
198			
199			
200			