

Obsah

1	Základní pojmy a přípravné úvahy	11
1.1	Úvod	11
1.2	Fyzikální prostor a jeho model	12
1.2.1	Lineární soustava souřadnic na afinním prostoru	12
1.2.2	Příklady a cvičení	17
1.3	Skalární součin	20
1.3.1	Vyjádření skalárního součinu v kartézských souřadnicích	22
1.3.2	Pravoúhlý průmět a složka vektoru	23
1.3.3	Směrové úhly a směrové kosíny	24
1.4	Transformace souřadnic vektoru	25
1.4.1	Einsteinovo sumační pravidlo	25
1.4.2	Kroneckerovo delta	27
1.4.3	Transformace souřadnic. Matice přechodu	27
1.5	Kontravariantní a kovariantní souřadnice vektoru	29
1.5.1	Transformace kovariantních souřadnic	31
1.5.2	Přehled transformačních vztahů	32
1.5.3	Duální báze	33
1.6	Ortogonální transformace	35
1.6.1	Orientace prostoru	38
1.7	Transformace souřadnic bodů	39
1.8	Vektorový součin. Smíšený součin vektorů	41
1.8.1	Vektorový součin	41
1.8.2	Smíšený součin	42
2	Definice a příklady tenzorů	44
2.1	Pojem tenzoru	44
2.1.1	Skalár jako tenzor nultého řádu	44
2.1.2	Vektor jako tenzor 1. řádu	44
2.1.3	Tenzory 2. řádu	46

2.2	Metrický tenzor	48
2.2.1	Definice metrického tenzoru	48
2.2.2	Vyjádření skalárního součinu pomocí metrického tenzoru	48
2.2.3	Symetrické a antisymetrické tenzory 2. řádu	50
2.3	Tenzor napětí	51
2.3.1	Síly objemové	51
2.3.2	Síly plošné. Vektor napětí	52
2.3.3	Zavedení souřadnic tenzoru napětí	53
2.3.4	Důkaz vztahu (2.21)	55
2.3.5	Důkaz věty 2.2	58
2.4	Tenzory vyšších řádů	59
2.4.1	Smíšené tenzory 2. řádu	59
2.4.2	Tenzory vyšších řádů	60
2.5	Tenzorová pole	61
2.5.1	Tenzorová pole nultého řádu - Skalární pole	61
2.5.2	Tenzorové pole 1. řádu - Vektorové pole	62
2.5.3	Tenzorová pole 2. řádu	64
3	Tenzorová algebra	66
3.1	Základní operace s tenzory	66
3.1.1	Sčítání tenzorů	66
3.1.2	Násobení tenzoru reálným číslem	67
3.1.3	Tenzorový součin tenzorů	67
3.1.4	Úžení tenzorů	68
3.1.5	Úžení kartézských tenzorů	70
3.1.6	Úžení v součinu tenzorů. Dvojtečkový součin	70
3.2	Symetrické a antisymetrické tenzory	72
3.2.1	Symetrizování a alternování	72
3.2.2	Hlavní směry tenzoru 2. řádu	73
3.2.3	Výpočet vlastních čísel a vektorů matice	74
3.2.4	Hlavní směry symetrických tenzorů	77
3.2.5	Aplikace na tenzor napětí	78
3.2.6	Symetrické a antisymetrické tenzory vyšších řádů	79
3.2.7	Izotropní tenzory	79
3.3	Pseudotenzory	80
3.3.1	Levi-Civitův tenzor	81
3.3.2	Vektorový součin a Levi-Civitův tenzor	82
3.4	Inverzní tenzorové kritérium	82

4	Křivky a plochy. Plošný integrál	84
4.1	Křivky v E^3	84
4.1.1	Tečný vektor	85
4.1.2	Orientace křivky	85
4.1.3	Délka křivky	86
4.1.4	Křivkový integrál skalárního pole	87
4.1.5	Křivkový integrál vektorového pole	89
4.1.6	Cirkulace vektorového pole	91
4.2	Plochy v E^3	94
4.2.1	Parametrické rovnice ploch	95
4.2.2	Souřadnicové křivky na ploše	97
4.2.3	Příklady ploch	98
4.2.4	Tečná rovina a normála plochy	102
4.2.5	Křivky na ploše	105
4.2.6	Metrický tenzor plochy	107
4.2.7	Obsah plochy	108
4.3	Plošný integrál skalárního pole	111
4.3.1	Skalární pole na ploše	112
4.3.2	Plošný integrál skalárního pole	113
4.3.3	Praktický výpočet plošného integrálu	114
4.4	Plošný integrál vektorového pole	115
4.4.1	Orientace plochy	115
4.4.2	Orientace plochy s krajem	117
4.4.3	Orientace uzavřené plochy	119
4.4.4	Tok vektoru plochou	120
4.4.5	Plošný integrál vektorového pole	122
4.4.6	Součtová definice	125
5	Tenzorová analýza I	126
5.1	Gradient, divergence, rotace	126
5.1.1	Hamiltonův operátor "nabla"	126
5.1.2	Gradient skalárního pole	127
5.1.3	Divergence vektorového pole	128
5.1.4	Rotace vektorového pole	129
5.2	Integrální definice	131
5.2.1	Integrální definice divergence	131
5.2.2	Integrální definice rotace	134
5.2.3	Integrální definice gradientu	135
5.3	Integrální věty	136

5.3.1	Gaussova věta	136
5.3.2	Stokesova věta	140
5.3.3	Aplikace Stokesovy věty	142
5.3.4	Greenova věta	145
5.4	Algebra operátoru nabla	146
5.5	Diferenciální operace 2. řádu	149
5.6	Vektorový charakter operátoru nabla	151
5.6.1	Gradient vektorového pole	153
5.6.2	Divergence tenzorového pole	154
5.7	Aplikace na reakčně difúzní rovnice	155
5.7.1	Rovnice difúze pro jednu složku	155
5.7.2	Vektorová rovnice difúze	156
5.8	Tenzor malé deformace	158
5.8.1	Výpočet veličiny h	159
5.8.2	Relativní prodloužení v bodě	162

6 Tenzorová analýza II **165**

6.1	Cylindrické a sférické souřadnice	165
6.1.1	Cylindrické (válcové) souřadnice	165
6.1.2	Souřadnicové plochy v cylindrických souřadnicích	167
6.1.3	Souřadnicové křivky v cylindrických souřadnicích	168
6.1.4	Sférické souřadnice	170
6.1.5	Souřadnicové plochy a křivky ve sférických souřadnicích	171
6.1.6	Souřadnicové plochy a křivky v kartézských souřadnicích	173
6.2	Obecné křivočaré souřadnice	174
6.2.1	Lokální báze	174
6.2.2	Lokální báze v cylindrických souřadnicích	176
6.2.3	Lokální báze ve sférických souřadnicích	177
6.3	Metrický tenzor v křivočarých souřadnicích	178
6.3.1	Tečné vektory k souřadnicovým křivkám	179
6.3.2	Duální báze k lokální bázi	180
6.3.3	Definice metrického tenzoru	182
6.3.4	Délka křivky	184
6.3.5	Objem tělesa	185
6.3.6	Metrický tenzor v cylindrických souřadnicích	187
6.3.7	Metrický tenzor ve sférických souřadnicích	189
6.4	Gradient v křivočarých souřadnicích	190
6.4.1	Gradient v cylindrických souřadnicích	191
6.4.2	Gradient ve sférických souřadnicích	191

6.5	Divergence v křivočarých souřadnicích	192
6.5.1	Divergence v cylindrických souřadnicích	194
6.5.2	Divergence ve sférických souřadnicích	195
6.6	Rotace v křivočarých souřadnicích	195
6.6.1	Rotace v cylindrických souřadnicích	196
6.6.2	Rotace ve sférických souřadnicích	197
6.7	Laplaceův operátor v křivočarých souřadnicích	198
6.7.1	Laplaceův operátor v cylindrických souřadnicích	198
6.7.2	Laplaceův operátor ve sférických souřadnicích	199
6.8	Příklady a cvičení	200
6.8.1	Křivkový integrál v křivočarých souřadnicích	200
6.8.2	Tok vektoru plochou v křivočarých souřadnicích	204

7 Tenzorová analýza III 208

7.1	Případ kartézských souřadnic	208
7.1.1	Diferenciál vektorového pole	208
7.1.2	Kovariantní derivace vektorového pole	211
7.2	Případ křivočarých souřadnic	211
7.2.1	Absolutní diferenciál kontravariantního vektorového pole	212
7.2.2	Absolutní diferenciál kovariantního vektorového pole	215
7.2.3	Kovariantní derivace vektorového pole	216