

OBSAH

Lebesgueova míra a Lebesgueův integrál

I. NEKONEČNÉ MNOŽINY	7
1. Operace s množinami	7
2. Vzájemně jednoznačné přiřazení	7
3. Spočetné množiny	8
4. Mohutnost kontinua	10
5. Srovnávání mohutností	11
II. BODOVÉ MNOŽINY	13
6. Hromadný bod	13
7. Uzavřené množiny	14
8. Vnitřní body a otevřené množiny	16
9. Vzdálenost a oddělitelnost	17
10. Struktura otevřených a uzavřených ohraničených množin	19
11. Body kondenzace. Mohutnost uzavřené množiny	21
III. MĚŘITELNÉ MNOŽINY	22
12. Míra ohraničené otevřené množiny	22
13. Míra ohraničené uzavřené množiny	23
14. Vnější a vnitřní míra ohraničené množiny	24
15. Měřitelné množiny	26
16. Měřitelnost a míra jako invarianty pohybu	27
17. Třída měřitelných množin	29
18. Obecné poznámky o problému míry	29
19. Vitaliova věta	30
IV. MĚŘITELNÉ FUNKCE	30
20. Definice a nejjednodušší vlastnosti měřitelné funkce	30
21. Další vlastnosti měřitelných funkcí	32
22. Posloupnosti měřitelných funkcí. Konvergence podle míry	33
23. Struktura měřitelných funkcí	35
V. LEBESGUEŮV INTEGRÁL Z OHRANIČENÉ FUNKCE	38
24. Definice Lebesgueova integrálu	38
25. Základní vlastnosti integrálu (ohraničené měřitelné funkce)	40
26. Limitní přechod za znakem integrálu	42
27. Srovnání Riemannova a Lebesgueova integrálu	43
28. Stanovení primitivní funkce	43
VI. INTEGROVATELNÉ FUNKCE	43
29. Integrál nezáporné měřitelné funkce	43
30. Integrovatelné funkce libovolného znaménka	48
31. Limitní přechod za znakem integrálu	51
VII. KVADRATICKY INTEGROVATELNÉ FUNKCE	52
32. Základní definice. Nerovnosti. Norma	52
33. Konvergence podle středu	55
34. Ortogonální systémy	60
35. Lineární nezávislé systémy	67
36. Prostory L_p	70
VIII. FUNKCE S KONEČNOU VARIACÍ	72
37. Monotonní funkce	72
38. Zobrazení množin. Diferencování monotonní funkce	73
39. Funkce s konečnou variací	77
40. Hellyův princip výběru	76
41. Spojité funkce s konečnou variací	76

42. Stieltjesův integrál	78
43. Limitní přechod za znakem Stieltjesova integrálu	80
44. Lineární funkcionály	80
IX. ABSOLUTNĚ SPOJITÉ FUNKCE. NEURČITÝ LEBESGUEŮV INTEGRÁL	81
45. Absolutně spojité funkce	81
46. Diferenciální vlastnosti absolutně spojitých funkcí	81
47. Neurčitý Lebesgueův integrál	82
48. Záměna proměnné v Lebesgueově integrálu	82
49. Dodatky k teorii funkcí s konečnou variací a Stieltjesova integrálu	83
50. Stanovení primitivní funkce	84
X. BODOVÉ MNOŽINY V DVOJROZMĚRNÉM PROSTORU	84
51. Uzavřené množiny	84
52. Otevřené množiny	85
53. Teorie míry rovinných množin	85
54. Měřitelnost a míra jako invarianty pohybu	87
55. Vztah mezi mírou množiny a mírami jejích řezů	88
XI. MĚŘITELNÉ FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH A JEJICH INTEGRACE	84
56. Měřitelné funkce. Prodloužení spojitých funkcí	89
57. Lebesgueův integrál a jeho geometrický smysl	90
58. Fubiniova věta	90
59. Záměna pořadí integrace	97
60. Transformace množných integrálů	91
XII. FUNKCE S NEOHRANIČENÝM DEFINIČNÍM OBOREM	92
61. Míra neohraničené množiny	92
62. Měřitelné funkce	92
63. Integrace přes neohraničenou množinu	92
64. Funkce kvadraticky integrovatelné	93
65. Funkce s konečnou variací	93
Základy funkcionální analýzy	
XIII. METRICKÉ PROSTORY	94
66. Definice a příklady metrických prostorů	94
67. Konvergence posloupností. Hromadné body	97
68. Spojitá zobrazení. Homeomorfismus. Izometrické zobrazení	100
69. Úplné metrické prostory	102
70. Banachův princip pevného bodu (BPPB)	108
71. Aplikace BPPB	109
72. Kompaktní množiny v metrických prostorech	118
73. Arzelova věta a její aplikace	120
XIV. LINEÁRNÍ NORMOVANÉ PROSTORY	123
74. Definice a příklady lineárních normovaných prostorů	123
75. Lineární funkcionály	128
76. Adjungovaný prostor	133
77. Hahn-Banachova věta o prodloužení lineárních funkcionálů	139
78. Druhý adjungovaný prostor	141
79. Normované prostory konečné dimenze	143
80. Slabá konvergence v normovaných prostorech	150
XV. HILBERTOVY PROSTORY	151
81. Unitární prostory a jejich základní vlastnosti	151
82. Existence ortogonálních bází, ortogonalizace	155
83. Besselova nerovnost. Uzavřené ortogonální systémy	157
84. Úplné unitární prostory. Rieszova-Fischerova věta	160
85. Hilbertovy prostory. Věta o izomorfizmu	162
86. Charakteristická vlastnost unitárních prostorů	164
87. Podprostory, ortogonální doplňky, direktní součet	165
88. Dodatek k Hilbertovým prostorům	167