

Obsah

1 Úvod	7
2 Základní pojmy a vzorce	9
2.1 Periodické funkce	9
2.2 Funkce $\sin t$ a $\cos t$	9
2.3 Frekvence	11
2.4 Vlnočet	11
2.5 Funkce e^{it}	12
2.6 Funkce $\operatorname{sinc} t$	13
2.7 Integrální sinus	14
2.8 Jednotková funkce	15
2.9 Konvoluce funkcí	17
3 Diracova delta-funkce	22
3.1 Zavedení δ -funkce	22
3.2 Fyzikální motivace	22
3.3 Některé vlastnosti δ -funkce	24
3.4 Konvoluce funkce s δ -funkcí	26
3.5 Násobení δ -funkce funkcí	26
3.6 Diskretizace spojitého signálu	27
4 Fourierova transformace.	29
4.1 Definice Fourierovy transformace	29
4.2 Vzorec pro inverzní FT	30
4.3 Vlastnosti Fourierovy transformace	31
4.4 Fourierova transformace sudé a liché funkce.	35
4.5 Fourierova transformace δ -funkce.	36
4.6 $\mathcal{F}$ -obraz obdélníkového impulsu.	37
4.7 $\mathcal{F}$ -obraz trojúhelníkového impulsu.	39
4.8 Grafické znázornění $\mathcal{F}$ -obrazu a terminologické poznámky.	41
4.9 Fourierova transformace periodických funkcí.	41
4.10 Signály konečné délky.	43
4.11 Apodizace.	45
4.12 Dekonvoluce.	50
4.13 Aliasing a překrývání frekvencí.	52

5	Diskrétní Fourierova transformace	58
5.1	Zavedení diskrétní FT (DFT)	58
5.2	Aliasing v DFT	60
5.3	Zero-filling	61
6	Infračervený spektrometr	63
6.1	Spektrometr s Fourierovou transformací	64
6.2	Instrumentace	71
6.2.1	Zdroj záření	71
6.2.2	Dělič svazku paprsků	73
6.2.3	Pohyblivé zrcadlo	74
6.2.4	Detektor záření	75
6.2.5	Umístění vzorku	76
6.2.6	Měření optického dráhového rozdílu, digitalizace interferogramu	76
6.3	Zpracování interferogramu	79
6.3.1	Fázová korekce	80
6.4	Výhody FTIR spektroskopie	85
7	Dvojměrná Fourierova transformace	90
7.1	Definice dvojměrné FT	90
7.2	Vzorec pro inverzní dvojměrnou FT	92
7.3	Příklad	92
7.4	Vlastnosti dvojměrné FT	95
7.4.1	Linearita $\mathcal{F}_2$ -FT	95
7.4.2	Věta o obrazu derivace	95
7.4.3	Věta o derivaci obrazu	96
7.4.4	Věty o translaci	96
7.4.5	Věta o změně měřítka	97
7.4.6	Zobecnění věty o změně měřítka	97
7.5	Věty o obrazu konvoluce a součinu	98
7.5.1	Konvoluce funkcí dvou proměnných	98
7.5.2	Věta o obrazu konvoluce	99
7.5.3	Věta o obrazu součinu	100
7.6	Diracova δ_2 -funkce dvou proměnných	100
7.6.1	Posloupnost funkcí konvergující k δ_2 -funkci	100
7.6.2	Některé vlastnosti δ_2 -funkce	101
7.6.3	Násobení δ_2 -funkce obyčejnou funkcí	102
7.6.4	Diskretizace spojitého signálu	102
7.6.5	Několik užitečných impulsních funkcí dvou proměnných	103
7.6.6	Konvoluce funkce s δ_2 -funkcí	106
7.7	Fourierova $\mathcal{F}_2$ -transformace δ -funkcí	106
7.7.1	$\mathcal{F}_2$ -obraz impulsní funkce δ_2	106
7.7.2	$\mathcal{F}_2$ -obraz konstantní funkce $J_2(t_1, t_2)$	107
7.7.3	$\mathcal{F}_2$ -obrazy impulsních funkcí I_1 až I_6	107
7.8	Fourierova $\mathcal{F}_2$ -transformace periodických funkcí	108

7.8.1	Periodické funkce dvou proměnných	109
7.9	Sinová a kosinová $\mathcal{F}_2$ -transformace	110
7.10	Poznámka k aplikaci dvojrozměrné FT	110
8	Fourierovy řady	112
8.1	Úvod	112
8.2	Pojem Fourierovy řady funkce f	113
8.3	Pomocné vztahy	113
8.4	Výpočet Fourierových koeficientů funkce f	114
8.5	Příklady	116
8.6	Fourierova řada sudé a liché funkce	117
8.7	Fázový tvar Fourierovy řady	119
8.8	Komplexní tvar Fourierovy řady	122
8.9	Parsevalova rovnost	123
8.10	Fourierova metoda pro rovnici difúze	124
8.10.1	Úvod	124
8.10.2	Věta o maximu pro rovnici difúze	125
8.10.3	Fourierova metoda	126
8.10.4	Příklady	130
8.10.5	Modifikovaná Fourierova metoda	136
8.10.6	Případ obecných okrajových podmínek	139
A	Nástin teorie distribucí	140
A.1	Pojem funkcionálu	140
A.2	Prostor funkcí D	141
A.3	Regulární distribuce	141
A.4	Singulární distribuce	141
A.5	Vícerozměrné distribuce	143
A.5.1	Regulární distribuce dvou proměnných	143
A.5.2	Singulární distribuce dvou proměnných	144
B	Rychlá FT (FFT)	145
B.1	Úvod	145
B.2	Princip FFT	145
B.3	Počet operací při provedení FFT	147
C	Program Mathematica	149
C.1	Numerické výpočty	150
C.1.1	Aritmetické operace	150
C.1.2	Matematické funkce	150
C.1.3	Komplexní čísla	152
C.2	Symbolická matematika	152
C.2.1	Algebraické operace	152
C.2.2	Derivace	153
C.2.3	Totální diferenciál	154
C.2.4	Integrace	154

C.2.5	Suma a součin	155
C.2.6	Relační a logické operace	156
C.2.7	Řešení rovnic	157
C.2.8	Řešení diferenciálních rovnic	157
C.2.9	Limity	158
C.3	Numerická matematika	158
C.3.1	Integrál, součet	158
C.3.2	Řešení rovnic	159
C.3.3	Řešení diferenciálních rovnic	159
C.4	Lineární algebra	159
C.5	Grafika	162
C.5.1	Graf funkce $f(x)$	162
C.5.2	Graf funkce $f(x, y)$	164
C.5.3	Graf křivky zadané parametricky	166
C.6	Čtení dat ze souboru, vypis dat do souboru	167
C.7	Fourierova transformace	169
C.7.1	Analytické výpočty FT	169
C.7.2	Dekonvoluce	172
C.7.3	Diskrétní Fourierova transformace	175