

OBSAH

Lebesgueova míra a Lebesgueův integrál

0. Motivace	7
I. NEKONEČNÉ MNOŽINY	23
1. Operace s množinami	23
2. Vzájemně jednoznačné přiřazení	24
3. Spočetné množiny	25
4. Mohutnost kontinua	26
5. Srovnávání mohutností	28
II. BODOVÉ MNOŽINY	31
6. Hromadný bod	31
7. Uzavřené množiny	32
8. Vnitřní body a otevřené množiny	34
9. Vzdálenost a oddělitelnost	35
10. Struktura otevřených a uzavřených ohraničených množin	37
11. Body kondenzace. Mohutnost uzavřené množiny	43
III. MĚRITELNÉ MNOŽINY	44
12. Míra ohraničené otevřené množiny	44
13. Míra ohraničené uzavřené množiny	45
14. Vnější a vnitřní míra ohraničené množiny	46
15. Měřitelné množiny	48
16. Měřitelnost a míra jako invarianty pohybu	49
17. Třída měřitelných množin	51
18. Obecné poznámky o problému míry	54
19. Vitaliova věta	55
IV. MĚRITELNÉ FUNKCE	56
20. Definice a nejjednodušší vlastnosti měřitelné funkce	56
21. Další vlastnosti měřitelných funkcí	58
22. Posloupnosti měřitelných funkcí. Konvergence podle míry	58
23. Struktura měřitelných funkcí	60
V. LEBESGUEŮV INTEGRÁL Z OHRANIČENÉ FUNKCE	64
24. Definice Lebesgueova integrálu	64
25. Základní vlastnosti integrálu (ohraničené měřitelné funkce)	66
26. Srovnání Riemannova a Lebesgueova integrálu	68
27. Limitní přechod za znakem integrálu	68
28. Stanovení primitivní funkce	69
VI. INTEGROVATELNÉ FUNKCE	69
29. Integrál nezáporné měřitelné funkce	69
30. Integrovatelné funkce libovolného znaménka	74
31. Limitní přechod za znakem integrálu	77
VII. KVADRATICKY INTEGROVATELNÉ FUNKCE	78
32. Základní definice. Nerovnosti. Norma	78
33. Konvergence podle středu	81
34. Ortogonální systémy	86
35. Lineární nezávislé systémy	93
36. Prostory L_p	96
VIII. FUNKCE S KONEČNOU VARIACÍ	98
37. Monotonní funkce	98
38. Zobrazení množin. Diferencování monotonní funkce	99
39. Funkce s konečnou variací	101
40. Hellyův princip výběru	102
41. Spojité funkce s konečnou variací	102

42. Stieltjesův integrál	104
43. Limitní přechod za znakem Stieltjesova integrálu	106
44. Lineární funkcionály	106
IX. ABSOLUTNĚ SPOJITÉ FUNKCE. NEURČITÝ LEBESGUEŮV INTEGRÁL	107
45. Absolutně spojité funkce	107
46. Diferenciální vlastnosti absolutně spojitých funkcí	107
47. Neurčitý Lebesgueův integrál	108
48. Záměna proměnné v Lebesgueově integrálu	108
49. Dodatky k teorii funkcí s konečnou variací a Stieltjesova integrálu	109
50. Stanovení primitivní funkce	110
X. BODOVÉ MNOŽINY V DVOJROZMĚRNÉM PROSTORU	110
51. Uzavřené množiny	110
52. Otevřené množiny	111
53. Teorie míry rovinných množin	111
54. Měřitelnost a míra jako invarianty pohybu	113
55. Vztah mezi mírou množiny a mírami jejich řezů	114
XI. MĚŘITELNÉ FUNKCE VÍCE PROMĚNNÝCH A JEJICH INTEGRACE	115
56. Měřitelné funkce. Prodloužení spojitých funkcí	115
57. Lebesgueův integrál a jeho geometrický smysl	116
58. Fubiniova věta	116
59. Záměna pořadí integrace	117
60. Transformace množných integrálů	117
XII. FUNKCE S NEOHRANIČENÝM DEFINIČNÍM OBOREM	118
61. Míra neohraničené množiny	118
62. Měřitelné funkce	118
63. Integrace přes neohraničenou množinu	118
64. Funkce kvadraticky integrovatelné	119
65. Funkce s konečnou variací	119
Základy funkcionální analýzy	
XIII. METRICKÉ PROSTORY	120
66. Definice a příklady metrických prostorů	120
67. Konvergence posloupností. Hromadné body	123
68. Spojitá zobrazení. Homeomorfismus. Izometrické zobrazení	126
69. Úplné metrické prostory	128
70. Banachův princip pevného bodu (BPPB)	134
71. Aplikace BPPB	135
72. Kompaktní množiny v metrických prostorech	144
73. Arzelova věta a její aplikace	146
XIV. LINEÁRNÍ NORMOVANÉ PROSTORY	149
74. Definice a příklady lineárních normovaných prostorů	149
75. Lineární funkcionály	154
76. Adjungovaný prostor	159
77. Hahn-Banachova věta o prodloužení lineárních funkcionálů	165
78. Druhý adjungovaný prostor	167
79. Normované prostory konečné dimenze	169
80. Slabá konvergence v normovaných prostorech	176
XV. HILBERTOVY PROSTORY	177
81. Unitární prostory a jejich základní vlastnosti	177
82. Existence ortogonálních bází, ortogonalizace	181
83. Besselova nerovnost. Uzavřené ortogonální systémy	183
84. Úplné unitární prostory. Rieszova-Fischerova věta	186
85. Hilbertovy prostory. Věta o izomorfizmu	188
86. Charakteristická vlastnost unitárních prostorů	190
87. Podprostory, ortogonální doplňky, direktní součet	191
88. Dodatek k Hilbertovým prostorům	194