

PŘEDMLUVA K ČESKÉMU VYDÁNÍ . . . . .	7
JAK ČÍST TUTO KNIHU? . . . . .	9
1. ÚVOD . . . . .	11
1.1. Čím lze matematiku charakterizovat? . . . . .	11
1.2. Jsou důkazy nutné? . . . . .	12
1.3. Přísnost důkazů . . . . .	19
2. COLLEGIUM LOGICUM . . . . .	22
2.1. Role formální logiky v matematice . . . . .	22
2.2. Výroky . . . . .	24
2.3. Spojení výroků . . . . .	26
2.3.1. Negace: $\text{non } A$ . . . . .	30
2.3.2. Konjunkce: $A \text{ a } B$ . . . . .	31
2.3.3. Disjunkce: $A \text{ nebo } B$ . . . . .	31
2.3.4. Souvislost s algebrou obvodů . . . . .	32
2.3.5. Implikace: $A \Rightarrow B$ . . . . .	33
2.3.6. Obrácení implikace (konverze) . . . . .	35
2.3.7. Ekvivalence: $A \Leftrightarrow B$ . . . . .	35
2.4. Logické zákony (tautologie) . . . . .	38
2.5. Důležitá pravidla logického usuzování . . . . .	40
2.6. Logické usuzování (výroková logika) . . . . .	41
2.7. O jednom způsobu uvažování, který nepatří k výrokové logice . . . . .	43
2.8. Výrokové funkce . . . . .	43
2.9. Spojování výrokových funkcí . . . . .	45
2.10. Vztahy k množinové algebře . . . . .	46
2.11. Kvantifikace . . . . .	47
2.12. Logické usuzování (predikátová logika) . . . . .	49
2.13. Matematické věty . . . . .	51
2.13.1. Odvozování v matematice . . . . .	51
2.13.2. Věty a jejich obracení . . . . .	53
2.13.3. Uzavřené systémy vět . . . . .	57
2.13.4. Nutné a postačující podmínky . . . . .	58
3. AXIOMATICKÁ METODA . . . . .	61
3.1. Důkazy . . . . .	61
3.2. Vzorový příklad: geometrický důkaz . . . . .	62
3.3. Axiomatická výstavba . . . . .	64

3.4.	Dva příklady axiomatického systému . . . . .	66
3.4.1.	Peanův systém axiomů pro přirozená čísla . . . . .	66
3.4.2.	Axiomatický systém teorie grup . . . . .	69
3.5.	Nová pojetí systému axiomů . . . . .	71
3.6.	Požadavky kladené na systém axiomů . . . . .	75
3.6.1.	Bezespornost . . . . .	75
3.6.2.	Úplnost . . . . .	76
3.6.3.	Nezávislost . . . . .	77
3.7.	Problémy základů matematiky . . . . .	79
3.8.	Lyrický exkurs: Hommage à Gödel aneb Pocta Gödelovi . . . . .	84
3.9.	Axiomatická metoda mimo matematiku . . . . .	86
4.	DŮKAZY . . . . .	88
4.1.	Přímé důkazy . . . . .	88
4.2.	Zpětný úsudek . . . . .	92
4.3.	Nepřímé důkazy . . . . .	96
4.3.1.	Reductio ad absurdum . . . . .	99
4.3.2.	Nepřímé důkazy implikací . . . . .	100
4.4.	Metoda rozlišovací . . . . .	103
4.5.	Protipříklady . . . . .	106
5.	NĚKTERÉ TYPICKÉ MATEMATICKÉ DŮKAZY . . . . .	110
5.1.	Existenční důkazy . . . . .	110
5.1.1.	Dirichletův princip . . . . .	111
5.1.2.	Intuicionismus . . . . .	112
5.2.	Důkazy nemožnosti . . . . .	113
5.3.	Důkazy jednoznačnosti . . . . .	117
6.	INDUKCE JAKO PŘÍKLAD CHARAKTERISTICKÉHO ZPŮSOBU USUZOVÁNÍ V MATEMATICKÝCH DISCIPLÍNÁCH . . . . .	121
7.	VÝHLEDY . . . . .	127
7.1.	O důkazech . . . . .	127
7.2.	Malý výlet do psychologie . . . . .	131
7.3.	Jak matematici nalézají důkazy? . . . . .	133
7.4.	Falešné úsudky . . . . .	139
7.5.	Na čem spočívají nesprávné úsudky? . . . . .	142
7.6.	Paradoxy . . . . .	145
	ŘEŠENÍ . . . . .	148
	LITERATURA . . . . .	158
	REJSTŘÍK . . . . .	159