

# OBSAH

7.	kapitola . . . . .	11
	<b>ROVINNÝ PROBLÉM . . . . .</b>	<b>11</b>
7.1.	Dvě varianty rovinného problému . . . . .	12
7.2.	Základní rovnice rovinného problému v kartézských souřadnicích . . . . .	16
7.3.	Lévyho podmínka . . . . .	19
7.4.	Airyova funkce napětí . . . . .	22
7.5.	Hlavní normálová a maximální tečná napětí . . . . .	25
7.6.	Aplikace: Nekonečný stěnový pás . . . . .	28
7.6.1.	Periodické symetrické zatížení . . . . .	30
7.6.2.	Periodické antisymetrické zatížení . . . . .	33
7.6.3.	Stručně o neperiodickém zatížení . . . . .	35
7.6.4.	Pole spojitého stěnového nosníku . . . . .	38
7.6.5.	Princip přibližného řešení obdélníkové stěny . . . . .	40
7.7.	Rovinný problém v polárních souřadnicích . . . . .	41
7.7.1.	Základní rovnice rovinného problému v polárních souřadnicích . . . . .	41
7.7.2.	Zvláštní případ: Rotačně symetrická napjatost . . . . .	44
7.7.3.	Aplikace: Ohyb prutu s kruhovou střednicí . . . . .	46
8.	kapitola . . . . .	49
	<b>OHYB TENKÝCH DESEK . . . . .</b>	<b>49</b>
8.1.	Základní vztahy pro desky v pravouhlé soustavě souřadnic . . . . .	49
8.1.1.	Názvoslovní a předpoklady . . . . .	49
8.1.2.	Geometrické a fyzikální vztahy . . . . .	51
8.1.3.	Měrné vnitřní síly . . . . .	53
8.1.4.	Podmínky rovnováhy . . . . .	56
8.1.5.	Základní rovnice desek . . . . .	57
8.1.6.	Základní okrajové podmínky . . . . .	58
8.1.6.1.	Okraj prostě podepřený . . . . .	58
8.1.6.2.	Okraj volný . . . . .	61
8.1.6.3.	Okraj vetknutý . . . . .	61
8.1.7.	Pootočení normály a vnitřní síly v šikmém řezu . . . . .	62
8.1.8.	Obecnější okrajové podmínky . . . . .	65
8.1.9.	Rohové síly . . . . .	69
8.1.10.	Napjatost desky v rozích . . . . .	70
8.1.11.	Potenciální energie deformace desek . . . . .	73
8.1.12.	Metody řešení . . . . .	74
8.2.	Analytické řešení desek v pravouhlé soustavě souřadnic . . . . .	75
8.2.1.	Řešení dvojitými nekonečnými řadami . . . . .	75
8.2.2.	Deskový pás . . . . .	78

8.2.3.	Řešení jednoduchými nekonečnými řadami . . . . .	80
8.2.4.	Deskový polopás . . . . .	84
8.2.5.	Základní myšlenky přibližného řešení . . . . .	86
8.2.6.	Neomezená deska . . . . .	89
8.2.7.	Desková polovina, deskový klin . . . . .	92
8.2.8.	Metoda kolokační . . . . .	93
8.2.9.	Metoda minima čtverců chyb . . . . .	96
8.2.10.	Variační metody . . . . .	97
8.3.	Řešení desek metodou sítí v pravoúhlé soustavě souřadnic . . . . .	98
8.3.1.	Metoda sítí . . . . .	98
8.3.2.	Zásady řešení obdélníkových desek . . . . .	99
8.3.3.	Desky na okrajích prostě podepřené . . . . .	103
8.3.4.	Desky s vetknutými okraji . . . . .	108
8.3.5.	Desky s volnými okraji . . . . .	112
8.3.6.	Postup při řešení metodou sítí . . . . .	114
8.3.7.	Poznámky k metodě sítí . . . . .	115
8.4.	Desky ve válcové soustavě souřadnic . . . . .	118
8.4.1.	Rotačně symetrický vztah — základní vztahy . . . . .	118
8.4.2.	Partikulární integrál . . . . .	120
8.4.3.	Základní okrajové podmínky . . . . .	122
8.4.4.	Obecnější okrajové podmínky . . . . .	122
8.4.5.	Rotačně nesymetrický stav — základní vztahy . . . . .	125
8.4.6.	Řešení základní rovnice . . . . .	127
8.5.	Přehled dalších poznatků o deskách . . . . .	134
8.5.1.	Vlivy teploty. Kmitání desek . . . . .	134
8.5.2.	Některé další metody řešení desek . . . . .	135
8.5.3.	Desky šikmě, spojitě a hříbové. Deskové rámy, lomenice . . . . .	137
8.5.4.	Desky proměnné tloušťky. Desky ortotropní. . . . .	138
8.5.5.	Desky plošně podepřené . . . . .	142
8.5.6.	Příčinkové plochy desek . . . . .	143
8.5.7.	Jiné teorie výpočtu desek . . . . .	144
8.5.8.	Literatura o deskách . . . . .	147
9.	kapitola . . . . .	148
	<b>SKOŘEPINY</b> . . . . .	148
9.1.	Názvosloví a předpoklady . . . . .	148
9.2.	Ohybová teorie skořepin . . . . .	149
9.2.1.	Pole posunutí . . . . .	149
9.2.2.	Geometrické rovnice . . . . .	151
9.2.3.	Vnitřní síly . . . . .	155
9.2.4.	Rovnice rovnováhy . . . . .	156
9.2.5.	Potenciální energie deformace. Fyzikální vztahy . . . . .	159
9.2.6.	Metody řešení úloh v teorii skořepin. Technická teorie skořepin . . . . .	163
9.3.	Membránová teorie skořepin . . . . .	169
9.3.1.	Základní vztahy membránové teorie . . . . .	170
9.3.2.	Porovnání membránové a ohybové teorie . . . . .	170
9.3.3.	Oblast použitelnosti membránové teorie. Poruchy membránové napjatosti . . . . .	171
9.4.	Rotačně symetrické skořepiny . . . . .	172
9.4.1.	Membránová napjatost rotačně symetrických skořepin . . . . .	173
9.4.1.1.	Vnitřní síly za membránové napjatosti . . . . .	173

9.4.1.2.	Přetvoření střednicové plochy za membránové napjatosti . . . . .	175
9.4.2.	Poruchy membránové napjatosti rotačně symetrických skořepin (ohybové účinky) . . . . .	179
9.4.2.1.	Základní rovnice ohybové teorie rotačních skořepin . . . . .	179
9.4.2.2.	Poruchy membránové napjatosti kulových skořepin . . . . .	180
9.4.2.3.	Ohybové účinky na tenkostěnném kruhovém válci . . . . .	186
9.5.	Válcové skořepiny . . . . .	191
9.5.1.	Membránová napjatost válcových skořepin . . . . .	193
9.5.1.1.	Vnitřní síly za membránové napjatosti . . . . .	193
9.5.1.2.	Přetvoření střednicové plochy za membránové napjatosti . . . . .	194
9.5.2.	Poruchy membránové napjatosti válcových skořepin (ohybové účinky) . . . . .	198
9.5.2.1.	Základní rovnice ohybové teorie válcových skořepin . . . . .	198
9.5.2.2.	Poruchy membránové napjatosti kruhových válcových skořepin . . . . .	200
9.6.	Ploché skořepiny . . . . .	205
9.6.1.	Membránová napjatost plochých skořepin . . . . .	207
9.6.2.	Poruchy membránové napjatosti plochých skořepin (ohybové účinky) . . . . .	214
10.	kapitola . . . . .	217
	<b>STABILITA PLOŠNÝCH KONSTRUKCÍ . . . . .</b>	<b>217</b>
10.1.	Úvod . . . . .	217
10.2.	Výchozí rovnice analýzy stability skořepin . . . . .	221
10.2.1.	Princip virtuálních posunutí a variační principy . . . . .	221
10.2.2.	Kritérium stability. Indiferentní rovnováha . . . . .	225
10.2.3.	Napjatost a přetvoření skořepiny při konečných průhybech. Nelineární problém . . . . .	229
10.3.	Stabilita desek . . . . .	232
10.3.1.	Lineární stabilita desek. Bifurkace rovnováhy . . . . .	232
10.3.2.	Pokritické chování tenké desky . . . . .	235
10.4.	Stabilita válcových skořepin . . . . .	237
10.4.1.	Lineární teorie. Bifurkace rovnováhy . . . . .	238
10.4.2.	Pokritické chování válcové skořepiny . . . . .	241
11.	kapitola . . . . .	247
	<b>TROJROZMĚRNÝ PROBLÉM . . . . .</b>	<b>247</b>
11.1.	Pružný poloprostor . . . . .	247
11.1.1.	Podstata Bc ussinesqova řešení . . . . .	247
11.1.2.	Obecné zatížení na hranici poloprostoru . . . . .	249
11.1.3.	Zatížení bodovou silou působící kolmo k hranici . . . . .	250
11.1.4.	Zatížení liniové rovnoměrně spojitě kolmo k hranici . . . . .	257
11.2.	Rotačně symetrické úlohy . . . . .	260
11.2.1.	Deformační varianta řešení . . . . .	262
11.2.2.	Dutý nekonečný válec . . . . .	263
12.	kapitola . . . . .	267
	<b>METODA KONEČNÝCH PRVKŮ . . . . .</b>	<b>267</b>
12.1.	Podstata metody konečných prvků . . . . .	268
12.2.	Deformační varianta MKP . . . . .	273
12.2.1.	Rozdělení kontinua na konečné prvky . . . . .	274
12.2.2.	Analýza prvku . . . . .	276

12.2.2.1.	Volba aproximačních funkcí a diskretizace základních funkcí teorie pružnosti . . . . .	276
12.2.2.2.	Matice tuhosti prvku. . . . .	281
12.2.3.	Analýza konstrukce . . . . .	284
12.2.3.1.	Transformace a lokalizace matic prvků do matic globálních . . . . .	285
12.2.3.2.	Výpočet uzlových posunutí a napjatostí konstrukce. . . . .	290
12.2.3.3.	Realizace lokalizační procedury v počítači. . . . .	291
12.3.	Některé důležité typy prvků . . . . .	297
12.3.1.	Obdélníkový deskový prvek . . . . .	298
12.3.2.	Skořepinový prvek . . . . .	301
12.3.3.	Izoparametrické prvky . . . . .	303
12.3.3.1.	Funkce tvaru . . . . .	304
12.3.3.2.	Aproximace pole posunutí $\{u\}$ . . . . .	307
12.3.3.3.	Výpočet matice tuhosti izoparametrického prvku. . . . .	308
12.4.	Směšená varianta MKP . . . . .	317
13.	kapitola . . . . .	320
	<b>PRUŽNOPLASTICKÝ A PLASTICKÝ STAV KONSTRUKCÍ . . . . .</b>	<b>320</b>
13.1.	Analýza pružnoplastického stavu konstrukcí . . . . .	320
13.1.1.	Shrnutí základních vztahů a porovnání hlavních teorií plasticity . . . . .	320
13.1.1.1.	Teorie plastického tečení . . . . .	320
13.1.1.2.	Teorie plastických deformací . . . . .	323
13.1.1.3.	Porovnání hlavních teorií plasticity . . . . .	325
13.1.2.	Analýza pružnoplastického stavu konstrukcí metodou konečných prvků . . . . .	326
13.1.2.1.	Metoda postupné změny tuhosti . . . . .	326
13.1.2.2.	Metoda počáteční deformace . . . . .	329
13.1.2.3.	Metoda počátečních napětí . . . . .	332
13.1.2.4.	Iterační řešení úloh teorie deformací . . . . .	334
13.1.3.	Rovinný problém v teorii plasticity. . . . .	335
13.1.3.1.	Základní vztahy rovinné napjatosti a rovinné deformace . . . . .	335
13.1.3.2.	Fyzikální vztahy pro ohyb tenké desky . . . . .	338
13.1.3.3.	Rovinná deformace tlustostěnného válce . . . . .	340
13.1.3.4.	Rovinná deformace ideálně tuhoplastického tělesa. Teorie kluzových čar. . . . .	345
13.2.	Analýza plastického stavu plošných konstrukcí . . . . .	354
13.2.1.	Základy analýzy plastického stavu . . . . .	354
13.2.1.1.	Předmět a cíl řešení . . . . .	354
13.2.1.2.	Základní vztahy . . . . .	355
13.2.1.3.	Přípustná pole vnitřních sil a rychlostí posunů . . . . .	359
13.2.1.4.	Extremální principy, základní věty . . . . .	361
13.2.1.5.	Ohraničující a úplné řešení . . . . .	362
13.2.1.6.	Řešení plastického stavu konstrukcí metodami matematického programování . . . . .	363
13.2.1.7.	Věty o ohraničujících mezních plochách . . . . .	365
13.2.2.	Diskrétní a lineární formy úloh plastického stavu plošných konstrukcí . . . . .	366
13.2.2.1.	Diskretizace a linearizace úlohy metodou sítí . . . . .	367
13.2.2.2.	Diskretizace a linearizace úlohy metodou konečných prvků . . . . .	370
13.2.3.	Plastický stav tenkých desek . . . . .	375
13.2.3.1.	Základní vztahy . . . . .	375
13.2.3.2.	Statické řešení . . . . .	380
13.2.3.3.	Kinematické řešení, metoda lomových čar. . . . .	384
13.2.3.4.	Lineární programy výpočtu plastického stavu desek metodou sítí . . . . .	392
13.2.3.5.	Lineární programy výpočtu plastického stavu desek metodou konečných prvků. . . . .	398

	DODATKY . . . . .	406
H	Geometrie plochy . . . . .	406
H.1.	Základní pojmy a vztahy . . . . .	406
H.2.	Derivace vektorového pole . . . . .	410
I.	Diferenční výrazy . . . . .	413
	Literatura . . . . .	416