

Obsah

Úvodem	ii
1 Relace	1
1.1 Stručně o množinách	1
1.2 Relace	3
1.3 Znázornění relací	5
1.4 Skládání relací	5
1.5 Zobrazení	9
1.6 Znázornění relací na množině	11
1.7 Vlastnosti relací	12
1.8 Ekvivalence a rozklady	14
2 Algebraické struktury	19
2.1 Grupy a tělesa	19
2.2 Aritmetika modulo p	21
3 Uspořádání a svazy	27
3.1 Uspořádání	27
3.2 Hasseův diagram	28
3.3 Základní pojmy v uspořádaných množinách	31
3.4 Svazy	33
4 Booleovy algebry	41
4.1 Definice	41
4.2 Booleovské počítání	43
4.3 Booleovy algebry podmnožin	44
4.4 Dva pohledy na Booleovu algebru	46
4.5 Atomy	47
4.6 Stoneova věta o reprezentaci	48
4.7 Direktní součin	51
4.8 Booleovské funkce	52
4.9 Součtový a součinnový tvar	54

5 Grafy	59
5.1 Definice	59
5.2 Některé základní grafy	60
5.3 Isomorfismus a podgrafy	61
5.4 Stupně	63
5.5 Soubor stupňů	64
6 Cesty v grafu	67
6.1 Sled, cesta a tah	67
6.2 Homomorfismy	68
6.3 Souvislé grafy	68
6.4 Vlastnosti souvislých grafů	70
6.5 Kružnice	72
6.6 Eulerovské a hamiltonovské grafy	73
6.7 Časová složitost algoritmu	76
7 Stromy	79
7.1 Definice	79
7.2 Kostry	82
7.3 Binární stromy	83
7.4 Huffmanovo kódování	87
8 Orientované grafy	93
8.1 Definice orientovaných grafů	93
8.2 Silná souvislost	94
8.3 Acyklické orientované grafy	96
8.4 Tranzitivní uzávěr	98
8.5 Kondenzace	99
9 Matice a počet koster	103
9.1 Incidenční matice	103
9.2 Řádky jako vektory	104
9.3 Hodnota incidenční matice	106
9.4 Faktory jako množiny sloupců	107
9.5 Počítání koster	108
9.6 Počítání koster: neorientované grafy	110
10 Lineární prostory grafu	113
10.1 Incidenční matice neorientovaného grafu	113
10.2 Hodnota nad \mathbf{Z}_2	114
10.3 Vektory a faktory	115
10.4 Hvězdy, separace a řezu	117
10.5 Ortogonalita	119

10.6	Fundamentální soustavy kružnic a řezů	121
10.7	Nesouvislé grafy	122
11	Vzdálenost v grafech	125
11.1	Matice sousednosti a počty sledů	125
11.2	Vzdálenost	128
12	Ohodnocené grafy	131
12.1	Definice ohodnocených grafů	131
12.2	Dijkstrův algoritmus	133
12.3	Matice vážených vzdáleností	134
12.4	Minimální kostra	138
12.5	Problém obchodního cestujícího	140
12.6	Toky v sítích	142
	Výsledek cvičení	145
	Literatura	163
	Rejstřík	165

1.1 Stručně o množinách

Množiny patří k základním matematickým objektům. V jistém smyslu je celá matematika, jak ji dnes známe, vystavěna na pojetí množiny. Všechny ostatní matematické objekty, ať jde o přirozená čísla nebo spojité funkce, lze totiž modelovat pomocí množin.

Komplikované vlastnosti množinového světa jsou přednáštem samostatného oboru, tzv. teorie množin. Nás ale v této přednášce zabude jenom ta teorie, která přilíc zajímat a postačí nám následující intuitivní pohled na věc.

Množina je pro nás soubor navzájem různých objektů¹, které označujeme jako její prvky. Je-li a prvkem množiny X , píšeme $a \in X$, jinak $a \notin X$. Množina je buď *konečná* (má-li konečný počet prvků) nebo *nekonečná*. Počet prvků konečné množiny X označujeme symbolem $|X|$. Sestává-li množina X z prvků x_1, \dots, x_k , píšeme $X = \{x_1, \dots, x_k\}$. Podobně například zápis $X = \{m \in \mathbb{N} : m \text{ je sudé číslo}\}$ znamená, že množina X je složena ze všech sudých přirozených čísel (symbol \mathbb{N} bude i nadále označovat množinu všech přirozených čísel).

Podmnožina množiny X je množina Y , jejíž každý prvek je také prvkem množiny X . Je-li Y podmnožinou množiny X , píšeme $Y \subset X$ (případně $Y \subseteq X$, chceme-li zdůraznit, že množiny X, Y mohou být shodné). Pro pověření ve formálním zápisu můžeme definici vyjádřit takto:

$$Y \subset X \text{ právě když } \forall y : y \in Y \Rightarrow y \in X.$$

¹Nefixtne už ale, co to je objekt. V tom právě spočívá intuitivnost našeho přístupu.