

## OBSAH

<b>1. JAZYK L VÝROKOVÉ LOGIKY .....</b>	<b>7</b>
1.1 MODELOVÁNÍ USUZOVÁNÍ FORMÁLNÍM JAZYKEM .....	7
1.1.1 Informace a znalosti .....	8
1.1.2 Syntax formálního jazyka .....	10
1.2 POJEM VÝROKU A JEHO PRAVIDIVOSTI .....	11
1.2.1 Expresivita logických spojek .....	13
1.3 GRAMATIKA JAZYKA L VÝROKOVÉ LOGIKY .....	14
1.3.1 Stromová reprezentace výrokové formule .....	14
1.3.2 Symboly abecedy jazyka L výrokové logiky .....	15
1.3.3 Definice gramatiky jazyka L výrokové logiky .....	16
1.3.4 Backus - Naurova forma definice gramatiky jazyka L .....	17
1.3.5 Konstrukce výrokové formule .....	17
1.3.6 Stromová reprezentace a míry složitosti formule .....	18
1.3.7 Spočetnost množiny výrokových formulí .....	22
<b>2. SÉMANTIKA JAZYKA L VÝROKOVÉ LOGIKY .....</b>	<b>24</b>
2.1 VÝZNAM JAZYKA L VÝROKOVÉ LOGIKY .....	24
2.1.1 Interpretace jazyka L výrokové logiky .....	24
2.1.2 Valuace výrokových proměnných a interpretace formulí .....	25
2.1.3 Tabulky interpretačních pravidel .....	26
2.1.4 Interpretace formulí Booleovými funkcemi .....	26
2.1.5 Tabulková metoda sémantické analýzy formule .....	27
2.1.6 Splnitelné formule, tautologie a kontradikce .....	28
2.1.7 Modely formulí .....	29
2.1.8 Dualita formulí .....	30
2.1.9 Substituce .....	31
2.2 EKVIVALENCE VÝROKOVÝCH FORMULÍ .....	32
2.2.1 Ekvivalence jazyková a metajazyková .....	32
2.2.2 Nejčastěji používané ekvivalence výrokových formulí .....	32
2.2.3 Funkčně úplné množiny výrokových spojek .....	34
<b>3. SPLNITELNOST A PLATNOST VÝROKOVÝCH FORMULÍ .....</b>	<b>37</b>
3.1 ROZHODOVÁNÍ A ROZHODNUTELNOST .....	37
3.1.1 Dualita nesplnitelnosti a logické platnosti formulí .....	37
3.1.2 Rozhodnutelnost a rozhodovací algoritmy .....	38
3.2 NORMÁLNÍ FORMY VÝROKOVÝCH FORMULÍ .....	40
3.2.1 Disjunktivní normální formy .....	40
3.2.2 Konjunktivní normální formy .....	43
3.3 ROZHODOVÁNÍ SPLNITELNOSTI SÉMANTICKÝMI STROMY .....	46
3.3.1 Sémantický strom formule jazyka L .....	46
3.3.2 Quineův algoritmus .....	48
3.3.3 Nepřímé důkazy logické platnosti implikací .....	50
<b>4. TABLOVÉ A REZOLUČNÍ NEPŘÍMÉ DŮKAZY .....</b>	<b>53</b>
4.1 TABLOVÉ DŮKAZY .....	53
4.1.1 Rozhodování pomocí sémantického tablu .....	53
4.1.2 Postup tablových důkazů .....	53
4.1.3 Tablová pravidla .....	55
4.2 SPLNITELNOST FORMULÍ V KLAUZULÁRNÍ FORMĚ .....	57
4.2.1 Rezoluční odvozovací pravidlo .....	58

<b>5. DEDUKCE VE VÝROKOVÉ LOGICE.....</b>	<b>62</b>
5.1 LOGICKÉ DŮSLEDKY VÝROKOVÝCH FORMULÍ .....	62
5.1.1 Logický důsledek .....	63
5.1.2 Teorie a její axiómy z hlediska sémantiky .....	64
5.1.3 Předpoklady a závěr dedukce .....	64
5.1.4 Příklady tabulkového prověřování logických důsledků .....	66
5.2 NEPŘÍMÉ DŮKAZY LOGICKÝCH DŮSLEDKŮ .....	70
5.2.1 Nepřímý rezoluční důkaz logického důsledku .....	70
5.3 LOGICKÉ DŮSLEDKY A TABLOVÁ METODA.....	73
<b>6. MODEL A JAZYK PREDIKÁTOVÉ LOGIKY.....</b>	<b>76</b>
6.1 EXPRESIVITA JAZYKA PREDIKÁTOVÉ LOGIKY .....	76
6.2 SYNTAX JAZYKA PREDIKÁTOVÉ LOGIKY.....	79
6.2.1 Abeceda jazyka predikátové logiky .....	79
6.2.2 Funkční symboly .....	80
6.2.3 Termy .....	81
6.2.4 Relace a predikáty .....	83
6.2.5 Formule jazyka $L_1$ predikátové logiky .....	84
6.2.6 Backus - Naurova forma definice gramatiky jazyka $L_1$ .....	87
6.3 Formační strom a složitost predikátové formule.....	88
6.3.1 Formační strom termu .....	88
6.3.2 Formační strom formule.....	89
6.4 KVANTIFIKACE V PREDIKÁTOVÉ LOGICE.....	92
6.4.1 Kvantifikátory .....	92
6.4.2 Volné a vázané proměnné .....	92
6.4.3 Substituce termů za proměnné ve formulích.....	94
<b>7. SÉMANTIKA JAZYKA <math>L_1</math>.....</b>	<b>96</b>
7.1 INTERPRETACE JAZYKA $L_1$ .....	96
7.1.1 Význam prvků jazyka $L_1$ .....	96
7.1.2 Struktura přiřazená jazyku .....	97
7.1.3 Postup a pravidla interpretace .....	98
7.1.4 Ohodnocení proměnných a vyhodnocení termů.....	98
7.1.5 Interpretace formulí .....	99
7.1.6 Tabulková metoda sémantické analýzy formulí s kvantifikátory .....	103
7.1.7 Množinový význam formule s kvantifikátory .....	105
<b>8. SPLŇOVÁNÍ A PRAVDIVOST V PREDIKÁTOVÉ LOGICE .....</b>	<b>109</b>
8.1 POJMY SPLNITELNOSTI A PLATNOSTI.....	109
8.1.1 Splnitelnost predikátové formule v dané struktuře .....	110
8.1.2 Logická platnost formule .....	111
8.1.3 Logická platnost některých typů formulí .....	113
8.2 SÉMANTICKÉ TABLO FORMULE JAZYKA $L_1$ .....	114
8.2.1 Sémantické tablo formulí s vázanými proměnnými .....	114
8.2.2 Další příklady využití sémantického tablu .....	119
8.3 NORMÁLNÍ FORMY PREDIKÁTOVÝCH FORMULÍ .....	122
8.3.1 Některé platné formule s kvantifikátory .....	122
8.3.2 Algoritmus převodu formule do prenexní normální formy .....	123
8.3.3 Klauzulární forma formule, skolemizace .....	126
<b>9. ROZHODNUTELNOST V PREDIKÁTOVÉ LOGICE.....</b>	<b>132</b>
9.1 ČÁSTEČNÁ ROZHODNUTELNOST .....	132
9.2 HERBRANDOVY VÝSLEDKY A ROZHODNUTELNOST .....	133

9.2.1	Herbrandovo universum.....	134
9.2.2	Herbrandova struktura a model .....	135
9.2.3	Herbrandova věta .....	138
9.2.4	Herbrandova rozhodovací procedura .....	139
9.2.5	Základní rezoluce .....	140
9.2.6	Analýza pomocí sémantického stromu .....	140
<b>10.</b>	<b>DEDUKCE V PREDIKÁTOVÉ LOGICE.....</b>	<b>142</b>
10.1	MODELY A LOGICKÉ DŮSLEDKY .....	142
10.1.1	Model množiny formulí .....	142
10.1.2	Předpoklady a jejich logické důsledky .....	143
10.1.3	Sémantické tablo a logický důsledek .....	144
10.1.4	Důkaz logického důsledku Herbrandovou procedurou .....	146
10.2	VYTVÁŘENÍ TEORIÍ .....	149
	Řešení k úkolům z jednotlivých lekcí .....	151
<b>11.</b>	<b>Literatura.....</b>	<b>154</b>

souladu s požadavkem  
teorie, kterou je možné  
studia pochopit, takže se mohou vyučovat i komplexnější formy a vysokou  
složitostí.  
studia pochopit, takže se mohou vyučovat i komplexnější formy a vysokou  
složitostí.

## 1.1 MODELOVÁNÍ USUZOVÁNÍ FORMÁLNÍM JAZYKEM

Klasická logika, později rozšiřená a dovozená informatickou a výzkym na úrovni stupně svého vývoje pokoušíla o vytvoření modelu reality v objektu a počítaču. Lidé mohou vytvořit adekvátní model pouze v rámci své vlastního prostředku. Pojem model používaný v této souvislosti má všechny vlastnosti, které se například hovoří o modelu v architektuře, v průmyslovém designu nebo v jiných vědách - např. modelu telekomunikací. Model se ve všech uvedených případech využívá k tomu, aby se v něm vysvětlilo vztahy mezi jednotlivými (abstraktními) modelované reality, a to tak, aby v něm z něj bylo využíváno co nejdéle, to počítat. To, co se při daném pojetí jde podstatné negativní model zanedbávat. Model jako určitý soubor relevantních objektů je abstraktním rámcem, na kterém se obíhají se reálnou realitou skutečnosti.

V rámci vhodné zpřesnění modelu lidského myšlení se pak, podobně jako v případě přirozeného jazyka, definuje odpovídající reprezentaci a založení komunikační protokolu, tj. jazyk. Závažnost, že se jazyk modelovaní nevyvádí cestou přirozeného vývoje, jak tomu dlejší bylo s přirozenými jazyky, ale byl skonstruován podle exaktě zadánych gramatických pravidel. Vysvětluje to, že takto zkonstruované jazyky spolu s nim odpovídajícími modely nazýváme formálními (obr. 1.1).