

# **Obsah**

|  |    |
|--|----|
| Předmluva . . . . .  | 9  |
| <b>8. KAPITOLA<br/>SPOJITOST A LIMITA FUNKCÍ A VEKTOROVÝCH FUNKCÍ<br/>VÍCE PROMĚNNÝCH</b>  |    |
| 8A. Úvodní poznámky . . . . .  | 11 |
| 8 I    Metrické vlastnosti euklidovských prostorů . . . . .                                | 12 |
| 8B. Pojem euklidovského prostoru $\mathbf{R}^n$ . . . . .                                  | 12 |
| 8C. $\mathbf{R}^n$ jako metrický prostor . . . . .   | 15 |
| 8D. Posloupnosti bodů v $\mathbf{R}^n$ . . . . .   | 17 |
| 8E. Některé význačné body podmnožin prostoru $\mathbf{R}^n$ . . . . .                      | 19 |
| 8F. Některé význačné podmnožiny prostoru $\mathbf{R}^n$ . . . . .                          | 22 |
| 8 II    Funkce a vektorové funkce více proměnných . . . . .                                | 26 |
| 8G. Funkce více proměnných . . . . .   | 26 |
| 8H. Vektorové funkce více proměnných . . . . .   | 31 |
| 8 III    Spojitost . . . . .   | 33 |
| 8I. Spojitost funkce v bodě a pojem spojité funkce . . . . .                               | 33 |
| 8J. Funkce spojité na množině . . . . .  | 35 |
| 8K. Spojitost vektorových funkcí . . . . .   | 35 |
| 8 IV    Limita . . . . .   | 38 |
| 8L. Limita funkce v bodě . . . . .   | 38 |
| 8M. Limita vektorové funkce v bodě . . . . .   | 42 |
| <b>9. KAPITOLA<br/>DIFERENCIÁLNÍ POČET FUNKCÍ A VEKTOROVÝCH FUNKCÍ<br/>VÍCE PROMĚNNÝCH</b> |    |
| 9A. Úvodní poznámky . . . . .  | 45 |
| 9 I    Parciální derivace funkce . . . . .   | 46 |
| 9B. Parciální derivace prvního řádu . . . . .  | 46 |
| 9C. Lagrangeova věta o přírůstku funkce . . . . .  | 51 |
| 9D. Parciální derivace vyšších řádů . . . . .  | 53 |
| 9 II    Diferenciál funkce . . . . .   | 58 |
| 9E. Definice a základní vlastnosti diferenciálu . . . . .                                  | 58 |
| 9F. Některá užití diferenciálu . . . . .   | 65 |

437

|  |   |     |
|--|---|-----|
| 9G.  | Derivace složené funkce                                 | 68  |
| 9H.  | Derivace ve směru a gradient                            | 72  |
| 9 III Taylorova věta pro funkce                              |   | 77  |
| 9I.  | Diferenciály vyšších řádů                               | 77  |
| 9J.  | Taylorova věta  | 79  |
| 9 IV Funkce definované implicitně                            |   | 82  |
| 9K.  | Funkce jedné proměnné                                   | 82  |
| 9L.  | Funkce více proměnných                                  | 88  |
| 9 V Extrémy funkci   |   | 93  |
| 9M.  | Lokální extrémy   | 93  |
| 9N.  | Vázané lokální extrémy                                  | 97  |
| 9O.  | Globální extrémy  | 102 |
| 9 VI Diferencovatelné vektorové funkce                       |   | 106 |
| 9P.  | Diferenciál vektorové funkce                            | 106 |
| 9Q.  | Křivočaré souřadnice v $\mathbf{R}^n$                   | 111 |
| 9R.  | Transformace diferenciálních výrazů                     | 115 |
| <b>10. KAPITOLA<br/>OBYČEJNÉ DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE</b>       |   |     |
| 10A.   | Úvodní poznámky   | 119 |
| 10 I Obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu             |   | 121 |
| 10B.   | Základní pojmy a geometrická interpretace               | 121 |
| 10C.   | Rovnice se separovanými proměnnými                      | 127 |
| 10D.   | Rovnice homogenní                                       | 132 |
| 10E.   | Rovnice lineární  | 136 |
| 10F.   | Rovnice Bernoulliova                                    | 141 |
| 10G.   | Rovnice exaktní   | 143 |
| 10H.   | Některé aplikace v geometrii a fyzice                   | 148 |
| 10I.   | Existence a jednoznačnost řešení                        | 153 |
| 10 II Lineární diferenciální rovnice $n$ -tého řádu          |   | 157 |
| 10J.   | Základní pojmy a existenční otázky                      | 157 |
| 10K.   | Homogenní lineární rovnice s konstantními koeficienty   | 163 |
| 10L.   | Nehomogenní lineární rovnice s konstantními koeficienty | 169 |
| 10 III Krátce o soustavách obyčejných diferenciálních rovnic |   | 177 |
| 10M.   | Základní pojmy a existenční otázky                      | 177 |
| 10N.   | Homogenní autonomní soustavy                            | 179 |
| 10O.   | Nehomogenní autonomní soustavy                          | 184 |
| <b>11. KAPITOLA<br/>DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRIE</b>              |   |     |
| 11A.   | Úvodní poznámky   | 187 |
| 11 I Křivky  |   | 188 |
| 11B.   | Bodové a vektorové funkce jedné proměnné                | 188 |

|   |   |     |
|---|---|-----|
| 11C.  | Pojem regulární křivky                                  | 190 |
| 11D.  | Transformace parametru křivky                           | 195 |
| 11E.  | Tečné vlastnosti křivky                                 | 196 |
| 11F.  | Oblouk a první křivost křivky                           | 199 |
| 11G.  | Frenetovy vzorce  | 202 |
| 11H.  | Některé důsledky Frenetových vzorců                     | 208 |
| 11 II Plochy  |   | 213 |
| 11I.  | Bodové a vektorové funkce dvou proměnných               | 213 |
| 11J.  | Pojem regulární plochy                                  | 214 |
| 11K.  | Příklady důležitých ploch                               | 216 |
| 11L.  | Transformace parametrů plochy                           | 219 |
| 11M.  | Tečné vlastnosti plochy                                 | 220 |
| 11N.  | První základní forma plochy                             | 224 |
| 11O.  | Druhá základní forma plochy                             | 230 |
| 12. KAPITOLA<br>INTEGRÁLNÍ POČET FUNKcí VÍCE PROMĚNNÝCH |   |     |
| 12A.  | Úvodní poznámky   | 239 |
| 12 I Dvojný integrál                                    |   | 239 |
| 12B.  | Dvojný integrál na intervalu                            | 240 |
| 12C.  | Měřitelné množiny v $\mathbb{R}^2$                      | 245 |
| 12D.  | Dvojný integrál na měřitelné množině                    | 249 |
| 12E.  | Fubiniova věta pro dvojný integrál                      | 251 |
| 12F.  | Substituční metoda pro dvojný integrál                  | 254 |
| 12G.  | Některé aplikace dvojněho integrálu                     | 264 |
| 12 II Trojný integrál                                   |   | 273 |
| 12H.  | Trojný integrál na intervalu                            | 273 |
| 12I.  | Měřitelné množiny v $\mathbb{R}^3$                      | 274 |
| 12J.  | Trojný integrál na měřitelné množině                    | 276 |
| 12K.  | Fubiniova věta pro trojný integrál                      | 276 |
| 12L.  | Substituční metoda pro trojný integrál                  | 281 |
| 12M.  | Některé aplikace trojněho integrálu                     | 283 |
| 12 III Křivkový integrál                                |   | 286 |
| 12N.  | Křivkový integrál prvního druhu                         | 286 |
| 12O.  | Křivkový integrál druhého druhu                         | 296 |
| 12P.  | Greenova věta   | 303 |
| 12Q.  | Nezávislost křivkového integrálu druhého druhu na cestě | 307 |
| 12 IV Plošný integrál                                   |   | 313 |
| 12R.  | Plošný integrál prvního druhu                           | 313 |
| 12S.  | Plošný integrál druhého druhu                           | 320 |
| 12T.  | Gaussova-Ostrogradského věta                            | 326 |
| 12U.  | Stokesova věta  | 328 |
| 12V.  | Některé pojmy vektorové analýzy                         | 330 |

## 13. KAPITOLA FUNKCE KOMPLEXNÍ PROMĚNNÉ

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 13A. | Úvodní poznámky . . . . .  | 333 |
| 13B. | Základní vlastnosti komplexních čísel . . . . .                      | 334 |
| 13C. | Pojem funkce komplexní proměnné a její spojitosti a limity . . . . . | 340 |
| 13D. | Derivace funkce komplexní proměnné . . . . .                         | 343 |
| 13E. | Integrál funkce komplexní proměnné . . . . .                         | 346 |
| 13F. | Mocninné řady . . . . .  | 351 |
| 13G. | Některé elementární funkce . . . . .                                 | 354 |
| 13H. | Některé mnohoznačné elementární funkce . . . . .                     | 358 |
| 13I. | Konformní zobrazení . . . . .  | 365 |

## 14. KAPITOLA LINEÁRNÍ ALGEBRA (2. část)

|                               |  |     |
|-------------------------------|--|-----|
| 14A.                          | Úvodní poznámky . . . . .  | 375 |
| 14 I                          | Lineární operátory $X \rightarrow Y$ . . . . .                           | 376 |
| 14B.                          | Definice a základní vlastnosti lineárních operátorů . . . . .            | 376 |
| 14C.                          | Izomorfismus . . . . .   | 381 |
| 14D.                          | Operace s lineárními operátory . . . . .                                 | 383 |
| 14E.                          | Maticová reprezentace lineárních operátorů . . . . .                     | 384 |
| 14F.                          | Lineární operátory ve vektorovém prostoru $X$ . . . . .                  | 389 |
| 14 II                         | Vlastní čísla a vlastní vektory lineárního operátoru v $X$ . . . . .     | 392 |
| 14G.                          | Charakteristická rovnice . . . . .                                       | 392 |
| 14H.                          | Vlastní podprostory . . . . .  | 394 |
| 14I.                          | Podobnost matic . . . . .  | 396 |
| 14 III                        | Kvadratické formy . . . . .  | 402 |
| 14J.                          | Základní pojmy . . . . .   | 402 |
| 14K.                          | Důležité věty o kvadratických formách . . . . .                          | 403 |
| 14 IV                         | Metrické vlastnosti lineárních operátorů a kvadratických forem . . . . . | 411 |
| 14L.                          | Ortonormální operátory . . . . .   | 411 |
| 14M.                          | Symetrické lineární operátory v $X$ . . . . .                            | 414 |
| 14N.                          | Metrické vlastnosti kvadratických forem . . . . .                        | 417 |
| HISTORICKÉ POZNÁMKY . . . . . |  | 424 |
| LITERATURA . . . . .          |  | 429 |
| REJSTŘÍK . . . . .            |  | 430 |