

## OBSAH

|                     |    |
|---------------------|----|
| Předmluva . . . . . | 11 |
|---------------------|----|

### KAPITOLA I

#### *Theorie míry*

|  |    |
|--|----|
| § 1. Úvodní poznámky . . . . .                               | 17 |
| § 2. Posloupnosti množin . . . . .                           | 24 |
| § 3. Množinové okruhy a tělesa . . . . .                     | 26 |
| § 4. Poznámky o kartézských součinech . . . . .              | 28 |
| § 5. Některé systémy množin, složených z intervalů . . . . . | 30 |
| § 6. Aditivní funkce intervalu . . . . .                     | 34 |
| § 7. Vnější míra . . . . .                                   | 46 |
| § 8. Měřitelné množiny. Základní věty teorie míry . . . . .  | 49 |
| § 9. Další věty o míře, vnější míře a měřitelnosti . . . . . | 56 |
| § 10. Lebesgueova míra . . . . .                             | 64 |

### KAPITOLA II

#### *Měřitelné funkce*

|   |    |
|---|----|
| § 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti měřitelných funkcí . . . . . | 69 |
| § 2. Jedorovova věta . . . . .  | 77 |
| § 3. Charakteristické funkce. Jednoduché funkce . . . . .             | 79 |
| § 4. Luzinova věta . . . . .  | 83 |
| § 5. Komplexní měřitelné funkce . . . . .                             | 85 |

### KAPITOLA III

#### *Základy teorie Lebesgue-Stieltjesova integrálu*

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Definice a nejjednodušší vlastnosti . . . . .      | 87  |
| § 2. Závislost integrálu na integračním oboru . . . . . | 97  |
| § 3.*Dodatek k definici integrálu* . . . . .            | 105 |
| § 4. Závislost integrálu na integrandu . . . . .        | 107 |
| § 5.*Konvergence podle míry* . . . . .                  | 124 |

|   |     |
|---|-----|
| § 6. Integrál komplexní funkce . . . . .                                      | 129 |
| § 7. Příklady na výpočet Lebesgueových integrálů $\int_a^b f(x) dx$ . . . . . | 132 |

#### KAPITOLA IV

##### *Převedení integrace $(r + s)$ -rozměrné na sled integrace $r$ -rozměrné a $s$ -rozměrné*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Věta Fubiniova . . . . .                                | 147 |
| § 2. Geometrický význam integrálu nezáporné funkce . . . . . | 164 |
| § 3.*Funkce polospojité* . . . . .                           | 167 |

#### KAPITOLA V

##### *Lebesgueův integrál v $E_1$*

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Vitaliova věta o pokrytí . . . . .                           | 172 |
| § 2. Derivace funkcí s variací konečnou . . . . .                 | 176 |
| § 3.*Měřitelnost horní a dolní derivace* . . . . .                | 182 |
| § 4. Lebesgueův integrál v $E_r$ . . . . .                        | 184 |
| § 5. Neurčitý integrál Lebesgueův v $E_1$ . . . . .               | 187 |
| § 6. Integrace per partes a druhá věta o střední hodnotě. . . . . | 196 |

#### KAPITOLA VI

##### *Zavádění nových integračních proměnných do $r$ -rozměrného integrálu*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Prostá regulární zobrazení . . . . .  | 201 |
| § 2. Substituční metoda (zavádění nových integračních proměnných) pro množné integrály . . . . . | 208 |
| § 3.*Obecná zobrazení třídy $C_1^*$ . . . . .  | 226 |

#### KAPITOLA VII

##### *Počtení technika Lebesgueova integrálu*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Poznámky o jednoduchém Lebesgueově integrálu . . . . .  | 231 |
| § 2. Existence a konvergence integrálu . . . . .   | 237 |
| § 3. Užití Fubiniovy věty 74 a věty 103 o zavádění nových integračních proměnných k výpočtu množných integrálů . . . . . | 244 |

|  |     |
|--|-----|
| § 4. Integrály funkcí závislých na parametru: limita a spojitost . . . . .   | 273 |
| § 5. Výpočet integrálu $J(b) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{b-1}}{1+x} dx$ ( $0 < b < 1$ ) . . . . .  | 277 |
| § 6. Derivace integrálu podle parametru . . . . .  | 281 |
| § 7. Dvě poznámky o diferenciálních rovnicích . . . . .  | 292 |
| § 8. Integrály $I(b) = \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} \cos bx dx$ , $K(b) = \int_0^{+\infty} e^{-ax^2} \sin bx dx$ pro $a > 0$   | 295 |
| § 9. Integrál $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-x^2 - \frac{\alpha^2}{x^2}} dx$ . . . . .  | 296 |
| § 10. Integrál $\int_{\substack{x>0 \\ y>0}} \int e^{-\left(x+y+\frac{\alpha^2}{xy}\right)} x^{-\frac{1}{3}} y^{-\frac{2}{3}} dx dy$ pro $\alpha \geq 0$ . . . . . | 297 |
| § 11. Integrály funkcí závislých na parametru: Integrace podle parametru   | 298 |
| § 12. Derivace integrálu podle parametru při proměnných mezích . . . . .   | 301 |

## KAPITOLA VIII

### *Nevlastní integrály*

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Definice a podmínka konvergence . . . . .                             | 308 |
| § 2. Vyšetřování konvergence zobecněných integrálů . . . . .               | 322 |
| § 3. Výpočet zobecněných integrálů: elementární metody . . . . .           | 326 |
| § 4. Zobecněné integrály funkcí závislých na parametru. Limita a spojitost | 334 |
| § 5. Integrace posloupností a řad . . . . .                                | 347 |
| § 6. Derivování zobecněných integrálů podle parametru . . . . .            | 349 |
| § 7. Integrace integrálů podle parametru (záměnnost integračního pořadí)   | 353 |
| § 8. Příklady na výpočet integrálů užitím záměnnosti integračního pořadí   | 354 |

## KAPITOLA IX\*

### *Doplňky k funkcím s variací konečnou\**

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Fubiniova věta o derivování nekonečných řad . . . . .   | 364 |
| § 2. Funkce absolutně spojitě, funkce singulární a funkce skoků . . . . .  | 366 |
| § 3. Rozklad funkce s variací konečnou na funkci absolutně spojitou, spojitou funkci singulární a funkci skoků . . . . . | 376 |

## KAPITOLA X\*

### *Pokračování o Lebesgue-Stieltjesovu integrálu\**

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Vyjádření integrálu $\int_M f d\mu$ integrálem s jinou měrou . . . . .                  | 382 |
| § 2. Závislost $\int_M f d\mu$ na funkci $\mu$ . . . . .                                     | 386 |
| § 3. Odstranění předpokladu $\mu(I) \geq 0$ . . . . .  | 389 |
| § 4. Rovnice $\int_M f d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_M f d\mu_n$ . . . . .         | 399 |
| § 5. Vyjádření aditivní funkce intervalu v $E_1$ funkcí jedné proměnné. . . . .              | 405 |
| § 6. Výpočet Lebesgue-Stieltjesova integrálu v $E_1$ . . . . .                               | 411 |
| § 7. Stieltjesův integrál . . . . .  | 415 |
| § 8. Ještě o rovnici $\int_A f d\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_A f d\mu_n$ . . . . . | 423 |
| § 9. Záměna integrační proměnné v Lebesgue-Stieltjesově a Lebesgueově integrálu . . . . .    | 430 |

## KAPITOLA XI\*

### *Riemannův integrál\**

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Definice a vztah k Lebesgueovu integrálu . . . . . | 436 |
| § 2. Existenční věty. . . . .                           | 443 |

## KAPITOLA XII\*

### *Perronův integrál\**

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Definice a základní vlastnosti Perronova integrálu . . . . .       | 449 |
| § 2. Neurčitý Perronův integrál. Vztah k Lebesgueovu integrálu. . . . . | 457 |

## KAPITOLA XIII

### *Fourierovy řady*

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Trigonometrické polynomy a řady . . . . .              | 469 |
| § 2. Definice Fourierovy řady . . . . .                     | 473 |
| § 3. Částečné součty Fourierovy řady . . . . .              | 477 |
| § 4. Věta o lokalizaci . . . . .                            | 479 |
| § 5. Kriterium Dirichletova a Dirichlet-Jordanovo . . . . . | 486 |
| § 6. Příklady . . . . .                                     | 496 |

|  |     |
|--|-----|
| § 7. Poissonova sumační formule . . . . .                              | 507 |
| § 8. Aproximace funkcí polynomy a trigonometrickými polynomy . . . . . | 513 |
| § 9. Spojitá funkce s divergentní Fourierovou řadou . . . . .          | 516 |
| § 10. Metoda aritmetických průměrů (věta Fejérova) . . . . .           | 518 |
| § 11.*Fourierův integrál* . . . . .                                    | 524 |

## KAPITOLA XIV

### *Orthogonální systémy*

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Hölderova a Minkovského nerovnost . . . . .                      | 537 |
| § 2. Prostor $l^q$ . . . . .  | 540 |
| § 3. Prostor $L^q(M; \mu)$ . . . . .                                  | 542 |
| § 4. Orthogonalita . . . . .  | 547 |
| § 5. Fourierovy řady . . . . .  | 551 |
| § 6. Úplné systémy . . . . .  | 557 |
| § 7. Úplnost trigonometrického systému . . . . .                      | 559 |
| § 8. Vlastnosti orthogonálních polynomů . . . . .                     | 562 |
| § 9.*Legendreovy a Čebyševovy polynomy. Jacobiovy polynomy* . . . . . | 567 |
| § 10.*Hermiteovy a Laguerreovy polynomy* . . . . .                    | 579 |

## KAPITOLA XV\*

### *Asymptotické rozvoje\**

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Úvod. Symbolika . . . . .  | 585 |
| § 2. Asymptotické rozvoje integrálů $\int_0^x e^{-t^2} dt, \int_a^x \frac{du}{\lg u}$ . . . . .                                   | 591 |
| § 3. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x)(f(x))^\alpha dx$ pro $\alpha \rightarrow +\infty$ . . . . .     | 599 |
| § 4. Asymptotické vlastnosti integrálů tvaru $\int_a^b \varphi(x) e^{t\alpha f(x)} dx$ pro $\alpha \rightarrow +\infty$ . . . . . | 610 |
| § 5. Besselovy funkce prvního druhu . . . . .   | 621 |
| § 6. Použití vět 226, 228 na studium asymptotických vlastností funkcí $J_n(z)$ . . . . .  | 629 |
| § 7. Asymptotické rozvoje funkcí $J_n(z)$ pro $z \rightarrow \infty$ . . . . .  | 632 |

## KAPITOLA XVI\*

### *Formule Euler-Maclaurinova\**

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Euler-Maclaurinova formule . . . . .                                    | 645 |
| § 2. Bernoulliovy polynomy a čísla . . . . .                                 | 648 |
| § 3. Zbytek v Euler-Maclaurinově formuli . . . . .                           | 653 |
| § 4. Užití Euler-Maclaurinovy formule k výpočtu určitých integrálů . . . . . | 656 |
| § 5. Užití Euler-Maclaurinovy formule jako sumační formule. . . . .          | 658 |
| § 6. Nejjednodušší případ Euler-Maclaurinovy formule. . . . .                | 663 |

## KAPITOLA XVII\*

### *Numerický výpočet určitých integrálů (mechanická kvadratura)\**

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| § 1. Úvodní poznámky . . . . . | 666 |
| § 2. Cotesova metoda . . . . . | 669 |
| § 3. Gaussova metoda . . . . . | 677 |

## KAPITOLA XVIII\*

### *Funkce gamma\**

|   |     |
|---|-----|
| § 1. Definice a základní vlastnosti funkce $\Gamma(s)$ . . . . .                  | 683 |
| § 2. Vyjádření funkce $\Gamma(s)$ určitým integrálem . . . . .                    | 689 |
| § 3. Rozvoje pro $\lg \Gamma(s)$ , hlavně Stirlingův rozvoj . . . . .             | 694 |
| § 4. Vyjádření Eulerovy konstanty určitým integrálem . . . . .                    | 697 |
| § 5. Vyjádření funkce $\frac{\Gamma'(s)}{\Gamma(s)}$ určitým integrálem . . . . . | 700 |
| § 6. Vyjádření funkce $\lg \Gamma(s)$ určitým integrálem . . . . .                | 702 |

## KAPITOLA XIX\*

### *Transformace a výpočet eliptických integrálů\**

|  |     |
|--|-----|
| § 1. Normální tvar Weierstrassův a Riemannův . . . . .   | 705 |
| § 2. Lineární transformace eliptických integrálů. Legendrův normální tvar . . . . .                      | 711 |
| § 3. Výpočet eliptických integrálů 1. a 2. druhu řadami . . . . .  | 725 |
| § 4. Výpočet úplných eliptických integrálů 1. druhu methodou aritmeticko-geometrického průměru . . . . . | 737 |
| Přehled výsledků, platných pro komplexní funkce. . . . .   | 748 |
| Rejstřík . . . . .   | 753 |
| Doplňky a opravy . . . . .   | 760 |
| Seznam literatury . . . . .  | 763 |