OBSAH

Předmluva 3

Kap. I. FUNKCE KOMPLEXNÍ PROMĚNNÉ 9

1. Rovina komplexních čísel 9

1.1. Označení, argument komplexního čísla 9
1.2. Geometrické interpretace komplexních čísel 10
1.3. Riemannova sféra, bod nekonečno 11
1.4. Početní operace s číslem 12

2. Posloupnosti komplexních čísel 14

2.1. Limita posloupnosti 14
2.2. Věty o konvergentních posloupnostech 15
2.3. Bolzanovo-Cauchyovo kritérium konvergence 16
2.4. Topologie a konvergence v $\overline{\mathbb{C}}$ 17

3. Řady komplexních čísel 18

3.1. Konvergence a součet řady 18
3.2. Podmínky konvergence řady 18
3.3. Absolutně konvergentní řady 19

4. Komplexní funkce komplexní proměnné 21

4.1. Jednoznačné a víceznačné funkce 21
4.2. Limita funkce v bodě 23
4.3. Věty o limitách 25
4.4. Spojitost funkce v bodě a na množině 30

5. Komplexní funkce reálné proměnné 32

5.1. Základní pojmy a vlastnosti 32
5.2. Křivky 35
5.3. Jordanova křivka 36
5.4. Orientace křivky 36
5.5. Křivka po částech hladká 37
Cvičení 38

Kap. II. HOLOMORFNÍ FUNKCE 42

1. Derivace komplexní funkce 42

1.1. Derivace a její základní vlastnosti 42
1.2. Cauchyovy-Riemannovy podmínky 43
1.3. Geometrický význam derivace 46
1.4. Souvislost mezi holomorfními a harmonickými funkcemi 48

2. Posloupnosti a řady komplexních funkcí 51

2.1. Posloupnosti komplexních funkcí 51
2.2. Řady komplexních funkcí 52
2.3. Mocninné řady 53

Cvičení ke kapitole II 57

Kap. III. ELEMENTÁRNÍ FUNKCE 60

1. Kruhová inverze 60

2. Lineární funkce 61

3. Lineární lomená funkce 62

4. Funkce z^n , $\sqrt[n]{z}$ 66

4.1. Funkce z^n 66
4.2. Funkce $\sqrt[n]{z}$ 67
4.3. Hlavní větev funkce $\sqrt[n]{z}$ 68

5. Exponenciální funkce, logaritmická funkce, obecná mocnina 70

5.1. Exponenciální funkce 70
5.2. Logaritmická funkce 70
5.3. Obecná mocnina 72

6. Žukovského funkce 73

7. Goniometrické a cyklometrické funkce 74

7.1. Funkce cos z, sin z 74
7.2. Funkce tg z, cotg z 77
7.3. Cyklometrické funkce 78

8. Hyperbolické a hyperbolometrické funkce 79

8.1. Hyperbolické funkce 79
8.2. Hyperbolometrické funkce 80

Cvičení ke kapitole III 80

Kap. IV. UŽITÍ KONFORMNÍHO ZOBRAZENÍ

1. Zobrazení konformní na oblasti 83

1.1. Úvod 83
1.2. Zobrazení konformní na otevřené množině 83
1.3. Invariance Laplaceovy rovnice 83
1.4. Konformně ekvivalentní sítě 83

2. Popis rovinného pole pomocí komplexního potenciálu 84

2.1. Rovinné pole 84
2.2. Potenciál 84
2.3. Komplexní potenciál 84
2.5. Tok vektorového pole 86
2.8. Řešení okrajové úlohy 87
2.10. Jiné aplikace 88

Kap. V. INTEGRÁL KOMPLEXNÍ FUNKCE 89

1. Integrál komplexní funkce po křivce 89

1.1. Jednoduše souvislá oblast 89
1.2. Definice integrálu a jeho vlastnosti 89
1.3. Cauchyova fundamentální věta 93
1.4. Cauchyův integrální vzorec 95
1.5. Integrály Cauchyova typu 97

1.6. Primitivní funkce 99

2. Rozvoje holomorfních funkcí v řady 102

2.1. Taylorův rozvoj holomorfní funkce 102
2.2. Nulové body holomorfních funkcí 105

Cvičení ke kapitole V 108

Kap. VI. LAURENTOVY ŘADY A IZOLOVANÉ SINGULARITY 111

1. Laurentovy řady 111

1.1. Konvergenční obor Laurentovy řady 111
1.2. Laurentův rozvoj holomorfní funkce 114
1.3. Metody výpočtů Laurentových rozvojů 116
1.4. Souvislost mezi Laurentovými a Fourierovými řadami 121

2. Izolované singulární body holomorfních funkcí 123

2.1. Klasifikace izolovaných singulárních bodů 123
2.2. Odstranitelné singularity 124
2.3. Póly 126
2.4. Podstatné singularity 128

Cvičení ke kapitole VI 129

Kap. VII. REZIDUA A JEJICH POUŽITÍ 135

1. Rezidua 135

1.1. Rezidua a jejich výpočet 135
1.2. Reziduová věta 138

2. Aplikace 141

2.1. Použití reziduí při výpočtech určitých integrálů 141
2.2. Jordanovo lemma 146

Cvičení ke kapitole VII 151

Kap. VIII. DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE V KOMPLEXNÍM OBORU 155

1. Rovnice s holomorfními koeficienty 155

1.2. Věta o existenci řešení 155
1.3. Řešení lineární diferenciální rovnice v komplexním oboru ... 155
1.4. Legendreova rovnice 156
1.5. Legendreovy mnohočleny 157

2. Besselovy funkce 157

2.1. Funkce gamma 157
2.2. Besselova diferenciální rovnice 158
2.3. Besselova funkce 158
2.4. Besselova funkce druhého druhu 159
2.5. Hankelovy funkce 160
2.6. Rovnice Besselova typu 161

Kap. IX. ZÁKLADY LAPLACEOVY TRANSFORMACE 162

1. Definice Laplaceovy transformace 162

1.2. Definice Laplaceovy transformace 163
1.4. Příklad. Obraz t^{α} 163
1.5. Předměty standardního typu 163
1.6. Příklad. Obraz exponenciální funkce 164
1.7. Vlastnosti obrazu 164
1.8. Důsledky věty o holomorfnosti 164

2. Věty o přímé transformaci 165

2.1. Věta o linearitě 165
2.3. Věta o substituci 166
2.5. Věta o derivaci obrazu 166
2.8. Věta o integraci obrazu 168
2.9. Věta o změně měřítka 168
2.10. Věty o limitách 168
2.11. Úlohy 168

3. Obraz derivace integrálu 170

3.1. Věta o obrazu první derivace 170
3.2. Vícenásobné použití věty 170
3.3. Věta o obrazu n-té derivace 171
3.4. Věta o obrazu derivace pro nulové počáteční podmínky .. 171
3.6. Věta o obrazu integrálu 172
3.10. Úlohy 174

4. Zpětná transformace racionální funkce 175

4.2. Nutné podmínky pro existenci předmětu 175
4.3. Unicita zpětné transformace 175
4.4. Předmět k racionální funkci 176
4.5. Postup při zpětné transformaci racionální funkce 177
4.7. Věta o rozkladu 177
4.8. Zvláštní případ 179
4.10. Případ vícenásobných kořenů jmenovatele 179
4.12. Případ komplexních kořenů jmenovatele 182
4.13. Stanovení reálné části 183
4.15. Úlohy 184

Kap. X. DALŠÍ VLASTNOSTI LAPLACEOVY TRANSFORMACE 186

1. Věta o translaci a její užití 186

1.1. Translace 186
1.2. Jednotková funkce 186
1.3. Věta o translaci 186
1.6. Obraz lichoběžníkového impulsu 187
1.7. Periodická funkce 189
1.8. Laplaceův obraz periodické funkce 189
1.9. Souvislost s Fourierovou řadou 190
1.12. Užití věty o translaci při zpětné transformaci 191
1.13. Úlohy 192

2. Věta o konvoluci a její užití 193

2.1. Definice konvoluce 193
2.3. Základní vlastnosti konvoluce 194
2.4. Věta o obrazu konvoluce 194
2.5. Užití věty o obrazu konvoluce 195
2.6. Duhamelův integrál 195
2.8. Užití konvoluce k vyjádření řešení diferenciální rovnice 196
2.9. Případ soustavy diferenciálních rovnic 197

3. Obecnější vzorce pro zpětnou transformaci 198

3.1. Věta o integrálním vyjádření zpětné transformace 198
3.3. Věta o vyjádření zpětné transformace pomocí reziduí .. 198
3.5. Výpočet reziduí 199

Kap. XI. JINÉ TRANSFORMACE 201

1. Fourierův integrál 201

1.2. Definice funkce třídy $\mathcal{F}_0$ 201
1.3. Věta o Fourierově integrálu 201
1.5. Úpravy Fourierova integrálu 201
1.6. Věta o Fourierově integrálu v komplexním tvaru 202

2. Fourierova transformace 202

2.2. Definice Fourierova obrazu 203
2.3. Věta o zpětné Fourierově transformaci 203
2.4. Věta o substituci 203
2.5. Věta o translaci 203
2.6. Věta o obrazu derivace 204
2.7. Parcevalova rovnost 204
2.9. Souvislost s transformací Laplaceovou 204
2.10. Dvoustranná Laplaceova transformace 205
2.11. Úlohy 205

3. Transformace Z 205

3.2. Definice obrazu v transformaci Z 205
3.3. Věta o existenci obrazu 206
3.5. Věta o linearitě 206
3.6. Věta o substituci 206
3.8. Věta o derivaci obrazu 207
3.10. Věta o zpětné transformaci 207
3.11. Obecné vzorce pro zpětnou transformaci 207
3.12. Jiné vzorce pro zpětnou transformaci 208
3.13. Věta o translaci vpravo 209
3.14. Věta o translaci vlevo 209
3.15. Užití transformace Z na řešení diferenčních rovnic ... 210
3.17. Definice diference 210
3.18. Věta o obrazu diference 211
3.19. Užití obrazu diference na řešení diferenčních rovnic.. 211
3.21. Úlohy 212

Slovník Laplaceovy transformace 213
Seznam literatury 215