

## OBSAH

<b>1</b>	<b>REZOLUČNÍ FORMÁLNÍ DŮKAZY</b> .....	<b>9</b>
1.1	OBECNÉ VLASTNOSTI FORMÁLNÍCH DŮKAZŮ.....	9
1.1.1	Jazyk, axiomy, odvozovací pravidla .....	9
1.1.2	Sémantická korektnost a úplnost formálních důkazů.....	10
1.1.3	Přímé a nepřímé důkazy .....	11
1.1.4	Formální důkazy platnosti metajazykových schémat.....	11
1.2	REZOLUČNÍ FORMÁLNÍ DŮKAZY VE VÝROKOVÉ LOGICE.....	11
1.2.1	Jazyk $L_C$ rezolučního formálního systému .....	11
1.2.2	Rezoluční odvozovací pravidlo .....	12
1.2.3	Rezoluční strom a rezoluční důkaz .....	14
1.2.4	Sémantická korektnost a úplnost rezolučního důkazu .....	16
1.2.5	Nepřímé formální důkazy rezolučním popřením .....	17
1.2.6	Přímé generování vět teorie.....	18
1.3	REZOLUCE A NEKONEČNÉ MNOŽINY KLAUZULÍ.....	20
1.4	REZOLUČNÍ DŮKAZY V PREDIKÁTOVÉ LOGICE.....	21
1.4.1	Unifikace dvojice atomů .....	21
1.4.2	Množina neshod .....	23
1.4.3	Nejobecnější unifikátor .....	24
1.5	PŘÍKLADY Predikátových rezolučních důkazů .....	26
<b>2</b>	<b>TABLOVÉ FORMÁLNÍ DŮKAZY</b> .....	<b>29</b>
2.1	TABLOVÉ DŮKAZY VE VÝROKOVÉ LOGICE.....	29
2.1.1	Jazyk tablových důkazů výrokové logiky .....	29
2.1.2	Sémantické tablo formule výrokové logiky .....	30
2.1.3	Sémantická korektnost a úplnost nepřímých tablových důkazů .....	32
2.1.4	Logické důsledky a sémantické tablo ve výrokové logice.....	37
2.2	TABLOVÉ DŮKAZY V PREDIKÁTOVÉ LOGICE.....	38
2.2.1	Jazyk tablových důkazů v predikátové logice.....	38
2.2.2	Formální definice sémantického tabla.....	39
2.2.3	Sémantická korektnost a úplnost predikátového tablového důkazu.....	42
2.2.4	Predikátové tablové důkazy .....	45
<b>3</b>	<b>FORMÁLNÍ DEDUKCE V AXIOMATICKÝCH SYSTÉMECH</b> .....	<b>49</b>
3.1	PROSTŘEDKY ODVOZOVÁNÍ A DOKAZOVÁNÍ .....	49
3.1.1	Od sémantiky k formálnímu dokazování .....	49
3.1.2	Jazyk axiomatického systému .....	51
3.1.3	Axiomy a odvozovací pravidla .....	52
3.1.4	Požadavek sémantické korektnosti a úplnosti .....	54
<b>4</b>	<b>GENTZENOVSKÝ AXIOMATICKÝ SYSTÉM G</b> .....	<b>57</b>
4.1	DUÁLNÍ VLASTNOSTI AXIOMATICKÉHO SYSTÉMU $G$ .....	57
4.1.1	Sémantická tabla duálních formulí.....	57
4.1.2	Jazyk, axiomy a odvozovací pravidla systému $G$ .....	59
4.2	FORMÁLNÍ DEDUKCE V SYSTÉMU $G$ .....	61
4.2.1	Důkazy vět v $G$ z logických axiómů .....	61
4.2.2	Důkazy vět v $G$ ze speciálních axiómů .....	65
4.2.3	Sémantická korektnost a úplnost systému $G$ .....	68
4.3	KLAUZULÁRNÍ AXIOMATICKÝ SYSTÉM $C$ .....	70
4.3.1	Axiomatický systém $C$ ve vztahu k systému $G$ .....	70
4.3.2	Jazyk, axiomy a odvozovací pravidla systému $C$ .....	70
4.3.3	Sémantická korektnost a úplnost systému $C$ .....	72

<b>5</b>	<b>HILBERTOVSKÝ AXIOMATICKÝ SYSTÉM <math>H</math></b> .....	<b>74</b>
5.1	JAZYK, AXIÓMY A ODVOZOVACÍ PRAVIDLA SYSTÉMU $H$ .....	74
5.2	DŮKAZY VĚT V SYSTÉMU $H$ .....	76
5.2.1	Důkazy vět z axiomů hilbertovského systému $H$ .....	76
5.2.2	Důkazy vět v $H$ z daných předpokladů.....	76
5.2.3	Další pomocná pravidla.....	77
5.2.4	Příklady důkazů vět v systému $H$ .....	81
5.3	SÉMANTICKÁ KOREKTNOST A ÚPLNOST SYSTÉMU $H$ .....	86
<b>6</b>	<b>AXIOMATICKÝ SYSTÉM <math>G_1</math> PREDIKÁTOVÉ LOGIKY</b> .....	<b>90</b>
6.1	DUÁLNÍ VLASTNOSTI SYSTÉMU $G_1$ .....	90
6.1.1	Jazyk, axiomů a odvozovací pravidla systému $G_1$ .....	90
6.2	GENTZENOVSKÝ DŮKAZ V SYSTÉMU $G_1$ .....	92
6.2.1	Generování teorie prvního řádu v systému $G_1$ .....	92
6.2.2	Sémantická korektnost a úplnost systému $G_1$ .....	97
<b>7</b>	<b>HILBERTOVSKÝ AXIOMATICKÝ SYSTÉM <math>H_1</math></b> .....	<b>99</b>
7.1	JAZYK, AXIÓMY A ODVOZOVACÍ PRAVIDLA SYSTÉMU $H_1$ .....	99
7.1.1	Další pomocná odvozovací pravidla.....	101
7.2	DŮKAZY V SYSTÉMU $H_1$ .....	104
7.2.1	Důkaz zpětným postupem (backward chaining).....	104
7.3	SÉMANTICKÁ KOREKTNOST A ÚPLNOST SYSTÉMU $H_1$ .....	106
<b>8</b>	<b>KLAUZULÁRNÍ LOGIKA</b> .....	<b>108</b>
8.1	PREDIKÁTOVÁ A KLAUZULÁRNÍ LOGIKA.....	108
8.1.1	Klauzulární formy formulí.....	108
8.1.2	Hornovy klauzule a logický důsledek.....	109
8.2	SYNTAX JAZYKA $L_{1c}$ KLAUZULÁRNÍ LOGIKY.....	109
8.2.1	Abeceda jazyka $L_{1c}$ klauzulární logiky.....	109
8.2.2	Termy, atomy a klauzule jazyka $L_{1c}$ klauzulární logiky.....	110
8.2.3	Substituce termů za proměnné.....	113
8.2.4	Existenční kvantifikace v klauzulární logice.....	114
8.3	VÝZNAM PRVKŮ JAZYKA $L_{1c}$ KLAUZULÁRNÍ LOGIKY.....	116
8.3.1	Struktura přiřazená jazyku $L_{1c}$ klauzulární logiky.....	116
8.3.2	Ohodnocení proměnných a vyhodnocení termů.....	117
8.3.3	Interpretace atomů.....	119
8.3.4	Použití funkcí a predikátu rovnosti.....	121
8.3.5	Interpretace klauzulí.....	122
8.4	EXPRESIVITA SPECIÁLNÍCH TYPŮ KLAUZULÍ.....	123
8.4.1	Klauzule bez antecedentu nebo konsekventu.....	123
8.4.2	Reprezentace negativních tvrzení.....	125
8.4.3	Konjunkce a disjunkce atomů v klauzuli.....	127
<b>9</b>	<b>ZNALOSTNÍ BÁZE A JEJÍ MODELÝ</b> .....	<b>131</b>
9.1	REPREZENTACE ZNALOSTÍ ZNALOSTNÍ BÁŽÍ.....	131
9.1.1	Fakta a prvky interpretujících relací.....	132
9.1.2	Předpoklad „uzavřeného světa“.....	132
9.1.3	Fakta a pravidla ve znalostní bázi.....	133
9.2	INTERPRETACE ZNALOSTNÍ BÁZE.....	134
9.2.1	Zamýšlená interpretace znalostní báze.....	134
9.2.2	Struktury aplikovatelné na bázi znalostí.....	134
9.2.3	Příklady interpretace znalostní báze.....	135



9.3	MODELÝ A LOGICKÉ DÚSLEDKY BÁZE ZNALOSTÍ.....	138
9.3.1	Splnitelnost klauzule v dané struktuře .....	138
9.3.2	Model znalostní báze, logický důsledek .....	139
9.3.3	Logická platnost klauzule.....	143
9.3.4	Logické zákony s predikátem rovnosti.....	144
10	<b>AXIOMATICKÝ SYSTÉM <math>C_1</math> KLAUZULÁRNÍ LOGIKY .....</b>	<b>147</b>
10.1	JAZYK, AXIÓMY A ODVOZOVACÍ PRAVIDLA .....	147
10.1.1	Axiómy v klauzulárním axiomatickém systému $C_1$ .....	147
10.1.2	Odvozovací pravidla v klauzulární logice.....	148
10.1.3	Použití dalších logických zákonů a odvozovacích pravidel .....	152
10.2	REZOLUCE V KLAUZULÁRNÍ LOGICE.....	153
10.3	PŘÍMÉ A NEPŘÍMÉ KLAUZULÁRNÍ ODVOZOVÁNÍ.....	157
10.3.1	Přímé a nepřímé odvozování z bázevých klauzulí.....	157
10.3.2	Popření klauzule s proměnnými a existenčními konstantami .....	160
10.4	ŘEŠENÍ LOGICKÝCH HÁDANEK.....	163
11	<b>LITERATURA.....</b>	<b>171</b>

*Průběh této kapitoly je podobný průběhu první kapitoly, ovšem s větší složitostí výrokových a predikátových formulí a logických důsledků vyvozených z daných předpokladů. Budeme se přitom držet požadavku, aby diskutovaná metoda formálního dokazování měla přesně definovaný jazyk, výchozí znalost a odvozovací mechanismus. Děle budeme požadovat, aby prodlužovala pouze ty závěry, které jsou sémanticky korektní, tj. pravdivé, a aby byla též sémanticky úplná, tj. že pomocí ní lze vždy nahradit sémantický důkaz uvažované vlastnosti formulí, resp. vztahů mezi formulemi.*

*Prostudování této kapitoly by vám mělo trvat asi 1,5 hodiny.*

## 1.1 OBECNÉ VLASTNOSTI FORMÁLNÍCH DŮKAZŮ

### 1.1.1 Jazyk, axiomy, odvozovací pravidla

K tomu, aby bylo možno diskutovat specifické vlastnosti jednotlivých systémů formální dedukce, je třeba přesně stanovit:

- jakým jazykem uvažovaný systém disponuje,
- jaké vlastnosti by měla mít množina předpokladů (axiómů), z nichž důkazy vycházejí,
- jak jsou definována odvozovací pravidla pro formální dokazování.

V definici 1.10 (Logika pro učitele I) jazyka výrokové logiky byly zavedeny čtyři typy symbolů abecedy, které jsou v jazyce  $L$  spolu s gramatickými pravidly využívány při vytváření jeho dobře utvořených formulí. Pro možnost jazykové reprezentace pravdivostních hodnot, jejich formule při své interpretaci nabývá, byly v rámci jazyka  $L$  zavedeny logické konstanty *true* a *false*. Formální dedukce, sčkoliv vychází ze zákonitosti a vztahů, které jsou v logice platné, se ve své konečné podobě zcela od významů formálních postupů odpoutává, proto není žádný důvod pro manipulaci se zmiňnými logickými konstantami. Navíc by pro tyto konstanty bylo potřeba dodefinovat některá formální pravidla. Symboly pro logické konstanty budou proto z jazyků všech zde diskutovaných formálních systémů vypuštěny.

Modifikace jazyka formálního systému dále závisí na tom, provádí-li se odvozování na speciálních typech formulí, např. na formulích v klauzulárním tvaru. Pro každý z formálních