

---

# Obsah

Předmluva překladatele . . . . .	8
Předmluva k rumunskému vydání . . . . .	10
<b>I. OD EULEROVSKÝCH FUNKCÍ K LIBOVOLNÝM FUNKCÍM; OD LIBOVOLNÝCH FUNKCÍ K VYČÍSLITELNÝM FUNKCÍM . . . . .</b>	
1.1 Vývoj pojmu funkce po Eulera . . . . .	12
1.2 Studium trigonometrických řad urychluje rozšíření pojmu funkce . . . . .	14
1.3 Klamavý charakter obecného pojmu funkce . . . . .	15
1.4 Statistické hledisko . . . . .	19
1.5 Projevy spojitosti u nespojitých funkcí . . . . .	22
1.6 Kritika klasických pojmů a obhajoba pojmů moderních . . . . .	24
1.7 Vyšší syntéza: teorie distribucí . . . . .	26
1.8 Stupně efektivnosti . . . . .	34
1.9 Co je to normální algoritmus? . . . . .	35
1.10 Vyčíslitelné funkce, výchozí bod konstruktivní analýzy . . . . .	40
1.11 Funkce vyčíslitelné v Turingově smyslu . . . . .	41
<b>II. VŠECHNY TYPY LIMITNÍHO PŘECHODU MAJÍ SPOLEČNÉ SCHÉMA . . . . .</b>	
2.1 Úvod . . . . .	59
2.2 Co je to filtr? . . . . .	60
2.3 Supremum lineárně uspořádané množiny bodů . . . . .	63
2.4 Limes superior nekonečně lineárně uspořádané množiny . . . . .	64
2.5 Supremum funkce definované na množině z $R^n$ . . . . .	65
2.6 Supremum funkce v bodě . . . . .	66
2.7 Limes superior a limes inferior funkce v bodě . . . . .	67
2.8 Limita funkce v bodě . . . . .	68

2.9	Limita posloupnosti . . . . .	69
2.10	Limes superior a limes inferior posloupnosti . . . . .	70
2.11	Totální variace funkce . . . . .	71
2.12	Darbouxovy integrály omezené funkce . . . . .	75
	<b>III. CO JE TO DÉLKA KŘIVKY? . . . . .</b>	<b>77</b>
3.1	Úvod . . . . .	77
3.2	Klasický výklad pojmu délky kružnice . . . . .	78
3.3	Proč je třeba zkoumat vepsané mnohoúhelníky? . . . . .	79
3.4	Obtíže a chyby při pokusech definovat pojem křivky . . . . .	81
3.5	Pojem křivky v analýze . . . . .	85
3.6	Co je rektifikovatelná cesta? . . . . .	88
3.7	Kritérium rektifikovatelnosti . . . . .	90
3.8	Pojem rektifikovatelné křivky . . . . .	94
3.9	Lebesgueova kritika klasické teorie délky . . . . .	96
3.10	Konvergence podle vzdálenosti a konvergence podle směru . . . . .	101
3.11	Integrální vyjádření délky křivky . . . . .	106
3.12	Nutnost zavedení nového pojmu integrálu: Lebesgueův integrál. . . . .	109
3.13	Délka křivky jako zdola polospojité funkcionál v prostoru křivek. Fréchetovo hledisko . . . . .	111 111
	<b>IV. PRŮVODCE TEORIÍ INTEGRÁLU . . . . .</b>	<b>115</b>
4.1	Úvod . . . . .	115
4.2	Jak určíme obsah složitějšího obrazce? . . . . .	117
4.3	Od Archiméda ke Cavalierimu . . . . .	119
4.4	Jiný způsob určení obsahu úseče paraboly . . . . .	121
4.5	Případ, kdy funkce už není monotónní . . . . .	124
4.6	Dvě možné cesty . . . . .	126
4.7	Co se stane, když se základny obdélníků zmenší? . . . . .	127
4.8	Co máme rozumět pod pojmem „práce proměnné síly“? . . . . .	128
4.9	Podobnosti a odlišnosti uvedených dvou příkladů. Pojem integrálu . . . . .	129
4.10	Zrození matematické analýzy . . . . .	133
4.11	Cauchyovo pojetí . . . . .	139
4.12	Riemannovo pojetí . . . . .	140
4.13	„Rozluka“ mezi primitivní funkcí a integrálem . . . . .	142
4.14	Dvě Lebesgueovy myšlenky . . . . .	145
4.15	Lebesgueova míra . . . . .	150
4.16	Jak široká je třída lebesgueovsky měřitelných množin? . . . . .	153
4.17	Několik slov o lebesgueovské měřitelnosti funkcí . . . . .	159
4.18	Porovnání Riemannova integrálu s Lebesgueovým . . . . .	162
4.19	Podstata odlišnosti mezi Riemannovým a Lebesgueovým integrálem . . . . .	174
4.20	Slabé stránky Lebesgueova integrálu . . . . .	181

4.21	K podstatě pojmu míry . . . . .	184
4.22	Denjoyovy integrály a integrál Perronův . . . . .	188
4.23	Od Stieltjese k Rieszovi. Nová perspektiva v teorii integrálu . . . . .	195
V. VE SVĚTĚ NEBORELOVSKÝCH MNOŽIN A FUNKCÍ		200
5.1	Úvod . . . . .	200
5.2	Chyba, z níž se zrodil nový obor matematiky . . . . .	201
5.3	Borelovské množiny a funkce . . . . .	203
5.4	Několik „vzácných“ příkladů . . . . .	208
5.5	Analytické množiny a Suslinova operace . . . . .	211
5.6	Lebesgue, bezděčný autor prvního příkladu neborelovské analytické množiny . . . . .	215
5.7	Luzinovo síto . . . . .	216
5.8	Analytické množiny a množina iracionálních čísel . . . . .	218
5.9	Jak poznáme, zda je analytická funkce borelovská? . . . . .	220
5.10	Vlastnosti analytických množin . . . . .	220
5.11	Příklady analytických množin . . . . .	222
5.12	Problém uniformizace množin neboli problém implicitních funkcí . . . . .	224
5.13	Problém analytických křivek . . . . .	226
5.14	Projektivní množiny . . . . .	227
5.15	Univerzální množiny . . . . .	228
5.16	Jednoduchý příklad neborelovské analytické množiny . . . . .	229
5.17	Nerozřešené problémy . . . . .	231